

УДК.624.014(083.75)

А. Р. Туснин, О. А. Туснина**ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ МЕМБРАННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Рассматриваются некоторые аспекты проектирования мембранных покрытий. Мембранные системы являются висячими, при расчете таких конструкций следует учитывать геометрическую нелинейность. На работу мембранных конструкций значительное влияние оказывает жесткость контура. Рассмотрена возможность применения известных вычислительных комплексов для расчета мембранных конструкций при разных сетках разбиения и параметрах опорного контура.

К л ю ч е в ы е с л о в а: мембрана, опорный контур, геометрическая нелинейность.

In the paper some design issues of membrane structures are considered. Membrane systems are hanging ones and geometric nonlinearity must be taken into account during the analysis. The stiffness of supporting contour greatly influences the performance of membrane structure. The possibility of using well-known computing programs for analysis of membrane system with different elements mesh and parameters of supporting contour is considered.

К e y w o r d s: membrane, supporting contour, geometric nonlinearity.

Мембранные конструкции успешно применяются в покрытиях зданий и сооружений. В мембранных конструкциях пролетная часть представляет собой тонколистовую оболочку — мембрану, эффективно работающую в основном на растяжение. Весьма рационально возникающий при загрузке мембраны распор воспринимать при помощи замкнутого опорного контура. Особенностью мембранных систем является значительное влияние на перемещения и усилия податливости опорного контура, а также их геометрическая нелинейность. При проектировании для расчета мембранных конструкций широко используются разнообразные вычислительные комплексы. Оценка достоверности получаемых численных результатов важна для надежного проектирования таких систем. Для решения поставленной задачи рассмотрена возможность расчета мембранных конструкций с использованием комплексов ЛИРА, NASTRAN, ANSYS, STK. Первые три комплекса широко применяются при проектировании сложных пространственных конструкций. Комплекс STK разработан на кафедре металлических конструкций МГСУ и также предназначен для расчета пространственных систем [1]. Все указанные комплексы позволяют выполнять расчет с учетом геометрической нелинейности конструкций.

В качестве объекта исследования принято мембранное покрытие размерами в плане 30×30 м с плоским замкнутым опорным контуром. Мембранная оболочка первоначально плоская, стальная, толщиной $t = 1,5$ мм. На покрытие действуют постоянная нагрузка $q_n = 0,6$ кПа и снеговая нагрузка $q_{сн} = 1,8$ кПа.

Теоретические значения прогибов и напряжений в мембране при абсолютно жестком опорном контуре определены по формулам [2]:

прогиб в центре мембраны: $w_o = 0,724 \sqrt[3]{\frac{qa^4}{Et}} = 0,530$ м, где $q = 2,4$ кПа, $a = 15$ м, $E = 2,06 \cdot 10^8$ кПа;

напряжения в центре мембраны: $\sigma_{\text{ц}} = 0,432 \sqrt[3]{\frac{q^2 a^2 E}{t^2}} = 21,2 \text{ кН/см}^2$;

напряжения в месте примыкания мембраны к середине опорного контура: $\sigma_{\text{ц}} = 0,503 \sqrt[3]{\frac{q^2 a^2 E}{t^2}} = 24,7 \text{ кН/см}^2$.

Расчеты мембраны с абсолютно жестким опорным контуром выполнены комплексами с использованием для моделирования мембраны четырехугольных конечных элементов оболочки (комплексы ЛИРА, NASTRAN, ANSYS) и метода стержневой аппроксимации [2] (комплекс STK). Сетка разбиения мембраны при проведении численных расчетов 30×30 . В табл. 1 показаны результаты расчета мембраны с абсолютно жестким (недеформируемым) контуром.

Т а б л и ц а 1

Результаты расчета мембраны с абсолютно жестким контуром

Параметры покрытия	Способ расчета				
	Лира	NASTRAN	ANSYS	STK	Теория
Прогиб мембраны, м	0,532	0,530	0,530	0,525	0,530
Нормальные напряжения в центре мембраны, кН/см ²	21,3	21,3	21,3	21,5	21,2
Нормальные напряжения в мембране у середины стороны контура, кН/см ²	24,9	24,8	25,2	25,0	24,7

Отличие численных решений от теоретических значений невелико (по прогибам не более 1 %, по напряжениям около 2 %). Таким образом, при отсутствии деформаций контура все рассмотренные комплексы на относительно разреженной сетке дают верные решения.

Рассмотрена возможность расчета мембранных систем с плоским податливым на изгиб и сжатие опорным контуром. Для оценки податливости контура используются относительные жесткости опорного контура [2]:

$$\text{продольная } \bar{k} = \frac{EA}{E_m t_m a};$$

$$\text{изгибная } \bar{n} = \frac{EI}{E_m t_m a^3},$$

где EA — продольная жесткость опорного контура; EI — изгибная жесткость опорного контура в плоскости мембраны; E_m — модуль упругости мембраны; t_m — толщина мембраны; a — половина стороны опорного контура.

Известно, что из-за податливости контура напряжения в квадратной мембране распределяются очень неравномерно. Напряженно-деформированное состояние конструкции зависит от начального провиса мембраны. Наиболее сложно рассчитать систему, в которой нагрузка прикла-

дывается к первоначально плоской мембране, закрепленной на податливом контуре. На численные решения мембранных конструкций с податливым контуром большое влияние оказывает сетка разбиения на конечные элементы в плане. При выполнении расчетов рассмотрены следующие сетки разбиения: 30×30 , 60×60 , 100×100 . В табл. 2 представлены жесткостные характеристики опорного контура при различных значениях относительных продольной и изгибной жесткостей. Рассмотрено три варианта опорного контура с разными жесткостными характеристиками. Жесткостные характеристики изменяются в практическом диапазоне используемых на практике опорных контуров.

Т а б л и ц а 2

Жесткостные параметры опорного контура

Параметры покрытия	Тип контура		
	1	2	2
Пролет, м	30	30	30
Толщина мембраны, мм	1,5	1,5	1,5
Относительная продольная жесткость	0,5	1	2
Относительная изгибная жесткость	0,000025	0,00005	0,0001
Модуль упругости, кПа	206000000	206000000	206000000
Продольная жесткость, кН	2317500	4635000	9270000
Изгибная жесткость, кН/м ²	26072	52144	104288
Площадь сечения, м ²	0,01125	0,02250	0,04500
Момент инерции, м ⁴	0,0001266	0,0002531	0,0005063

Рассматривалась возможность применения четырех- и треугольных элементов оболочки (комплексы ЛИРА, NASTRAN, ANSYS) и метода стержневой аппроксимации (комплекс STK). Установлено, что применение треугольных элементов комплекса NASTRAN и четырехугольных элементов комплекса ANSYS не позволило выполнить расчеты указанной системы (решения не удалось получить) для всех вариантов покрытия. Комплексом ЛИРА расчеты удалось выполнить с использованием трех- и четырехугольных конечных элементов. В табл. 3 представлены результаты численных расчетов на сетке 30×30 (при использовании треугольных элементов для ЛИРЫ принята сетка 32×32).

Анализ результатов показал, что данные, полученные всеми рассмотренными комплексами, достаточно хорошо соотносятся друг с другом. Исключение составляют расчеты с применением треугольных элементов в ВК ЛИРА, которые дают результаты, существенно отличающиеся от полученных другими способами, и не рекомендуются для расчета плоских мембранных конструкций. Кроме того, для мембранной системы с самым податливым контуром не удалось получить решение с использованием комплекса NASTRAN.

Т а б л и ц а 3

Результаты расчета первоначально плоского мембранного покрытия с податливым опорным контуром на сетке 30×30

Тип контура	Расчетные параметры	Лира		NASTRAN 4 угла	ANSYS 3 угла	STK
		4 угла	3 угла			
1	w , мм	1155	1364	—	1120	1164
	u , мм	95,7	293	—	87,4	113
	$N_{пр}$, кН	–2864	–3358	—	–2700	–2932
	$N_{оп}$, кН	–2,1	–1082	—	–57,8	–74,8
	$M_{пр}$, кН·м	21,4	90,6	—	20,5	13,6
	$M_{оп}$, кН·м	–259	–945	—	–214	–214
	σ_{max} , МПа	447	252	—	716	548
2	w , мм	1079	1194	1109	1046	1080
	u , мм	82,4	164	97,5	71,9	96,5
	$N_{пр}$, кН	–3361	–3589	–3462	–3164	–3401
	$N_{оп}$, кН	–214	–1083	–88,6	–208	–307
	$M_{пр}$, кН·м	34,86	81,40	45,87	36,70	33,70
	$M_{оп}$, кН·м	–532	–1086	–620	–391	–668
	σ_{max} , МПа	463	819	1036	711	438
3	w , мм	1021	1105	983	990	1019
	u , мм	73,3	125	73,1	61,6	80,9
	$N_{пр}$, кН	–3708	–3811	–3995	–3496	–3731
	$N_{оп}$, кН	–448	–1217	–734	–392	–550
	$M_{пр}$, кН·м	61,8	114	174	69,7	58,8
	$M_{оп}$, кН·м	–944	–1525	–1883	–705	–1087
	σ_{max} , МПа	466	747	640	665	427

Оценена сходимость численных решений, получаемых комплексами ЛИРА, ANSYS и STK. Оценка выполнена для мембранной конструкции с самым податливым контуром. В табл. 4 представлены результаты расчетов конструкции с первым типом контура. Кроме того, в табл. 4 представлены результаты экстраполяции величин по расчетам трех сеток [3].

С ростом размерности сетки разбиения наблюдается увеличение практически всех расчетных параметров конструкции, в результате чего экстраполированные значения больше полученных расчетом даже на самых густых сетках. Исключение составляет продольное усилие в пролете опорного контура, которое по результатам экстраполяции меньше полученного расчетом. С учетом влияния на решение сетки разбиения мембраны при проектировании следует использовать экстраполированные значения расчетных параметров, полученных при использовании трех разных сеток разбиения.

Т а б л и ц а 4

Результаты расчета первоначально плоского мембранного покрытия на разных сетках

Тип контура	Параметры покрытия	Способ расчета	Результаты расчета на сетке			Результаты экстраполяции
			30×30	60×60	100×100 80×80-ANSYS	
1	Прогиб мембраны, мм	ЛИРА	1155	1209	1276	1322
		ANSYS	1120	1179	1253	1304
		STK	1168	1249	1265	1274
	Прогиб контура, мм	ЛИРА	96	111	130	143
		ANSYS	87	119	155	180
		STK	120	189	198	202
	$N_{пр}$, кН	ЛИРА	–2864	–2909	–2902	–2895
		ANSYS	–2700	–2929	–2960	–2975
		STK	–3023	–3155	–2760	–2472
	$N_{оп}$, кН	ЛИРА	–2,1	–251	–598	–839
		ANSYS	–57,8	–197	–366	–483
		STK	–60,7	–409	–691	–882
	$M_{пр}$, кН·м	ЛИРА	21,4	34,2	41,8	46,8
		ANSYS	20,5	45,2	56,0	62,9
		STK	22,1	14,7	35,5	50,7
	$M_{оп}$, кН·м	ЛИРА	–259	–559	–677	–751
		ANSYS	–214	–476	–571	–630
		STK	–383	–672	–756	–807
	σ_{max} , МПа	ЛИРА	447	571	677	749
		ANSYS	716	922	894	867
		STK	518	1023	1024	1008

Значения экстраполированных расчетных параметров при использовании полученных по данным разных комплексов отличаются:

для прогибов мембраны не более чем на 4 %;

для прогибов контура до 30 % (результаты ANSYS и STK отличаются на 11 %);

для изгибающих моментов в углах контура до 22 %;

для изгибающих моментов в пролете контура и максимальных напряжений в мембране на 26 %;

для продольных усилий в углах контура почти в 2 раза.

Вычислительные комплексы ЛИРА, ANSYS и STK показали близкие результаты при расчете мембранных прямоугольных конструкций с плоским податливым опорным контуром и могут применяться для расчета таких систем. Помимо конечных элементов оболочки, успешно можно применять для расчета мембранных конструкций и метод стержневой аппроксимации. Комплекс NASTRAN позволил рассчитать только конструкции с относительно жестким контуром и оказался очень чувствительным к выбору параметров нелинейного расчета, что затрудняет его использование в практических расчетах.

Висячие конструкции — один из весьма сложных объектов для расчета при проектировании. Необходимо правильно формировать расчетные схемы с заданием при необходимости преднапряжения мембраны, введением до-

полнительных связей, обеспечивающих нормальный расчет. Очень важен выбор сетки разбиения и параметров нелинейного расчета. Успешно применяются в практических расчетах различные схемы аппроксимации. При проектировании следует применять вычислительные комплексы после предварительного изучения возможности их применения для расчета именно разрабатываемой конструкции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизация проектирования пространственных конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля // Металлические конструкции. Развитие творческого наследия Н. С. Стрелецкого. 2006. С. 82—90.

2. Рекомендации по проектированию мембранных покрытий на прямоугольном плане для реконструируемых зданий и сооружений / ЦНИИСК им. Кучеренко. М., 1986 90 с.

3. *Сальвадори М. Д.* Численные методы в технике. М. : ИЛ, 1955. 247 с.

1. Avtomatizatsiya proektirovaniya prostranstvennykh konstruktsiy iz tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya // Metallicheskie konstruktsii. Razvitie tvorcheskogo naslediya N. S. Streletskogo. 2006. S. 82—90.

2. Rekomendatsii po proektirovaniyu membrannykh pokrytiy na pryamougol'nom plane dlya rekonstruiруemykh zdaniy i sooruzheniy / TsNIISK im. Kucherenko. M., 1986 90 s.

3. *Sal'vadori M. D.* Chislennye metody v tekhnike. M. : IL, 1955. 247 s.

© Туснин А. Р., Туснина О. А., 2012

*Поступила в редакцию
в ноябре 2012 г.*

Ссылка для цитирования:

Туснин А. Р., Туснина О. А. Численный расчет мембранных конструкций // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2012. Вып. 3 (23).