УДК 534.132

Э. В. Ретлинг

О ИЗЛУЧЕНИИ ЗВУКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Рассматривается излучение звука цилиндрической оболочкой при возбуждении колебаний в точке. Приводятся формулы для определения излучаемой акустической мощности оболочки, ее коэффициента излучения и импеданса. Дается сравнение расчетных величин с результатами измерений.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, излучение звука, импеданс, частота.

The paper considers the acoustic radiation of a cylindrical shell when fluctuations appear at the point. The formulas for determining the shell acoustical power being radiated, its radiation coefficient and impedance are given. The comparison of the calculation values with measuring data are given.

Key words: cylindrical shell, acoustic radiation, impedance, frequency.

Рассмотрим, следуя М. Хеклю, излучение звука цилиндрической оболочкой, колебания которой возбуждаются в одной точке [1]. Как и в прямоугольной пластине, в такой оболочке два источника излучения: сама оболочка и ее края. М. Хекль, ссылаясь на свою диссертацию, делает вывод о том, что в большинстве случаев мощностью, излучаемой краями, можно пренебречь. Цилиндрические оболочки он делит на два типа: короткая тонкостенная труба большого диаметра и длинная труба малого диаметра.

Вначале займемся тонкостенной трубой большого диаметра. Мощность, излучаемую таким цилиндром, можно определить по формуле

$$P = 2\pi a l c_0 p_0 \bar{v}^2 \bar{\sigma},$$

где a — радиус цилиндра; l — длина цилиндра; $\bar{v}$ — средняя колебательная скорость поверхности цилиндра; $\bar{\sigma}$ — средний коэффициент излучения цилиндра; $S = 2\pi a l$ — площадь поверхности цилиндра.

Средняя колебательная скорость поверхности цилиндрической оболочки составит

$$\bar{v}^2 = \frac{\left|F^2\right|}{4\pi^2 a^2 l^2} \frac{\pi}{2\omega\rho^2 h^2 \eta} \frac{\Delta N}{\Delta\omega}.$$

Здесь F — сила, возбуждающая колебания цилиндра; ΔN — количество собственных частот в рассматриваемом частотном диапазоне; η — коэффициент потерь цилиндра; ρh — поверхностная плотность цилиндра; $\Delta\omega$ — рассматриваемый частотный диапазон.

Плотность собственных частот цилиндрической оболочки можно определить по формулам [2]

$$\frac{\Delta N}{\Delta f} = \frac{2\sqrt{3}S}{\pi h c_l} \left(k_l a\right)^{0,5} \text{ для } k_l a < 1;$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta f} = \frac{S\sqrt{3}}{h c_l} \text{ для } k_l a > 1.$$

Здесь $k_l = \omega / c_l$; c_l — скорость продольных волн.

Коэффициент излучения короткой тонкостенной трубы большого диаметра при $k_0 a < 20$ (или $f < 1050/a$) можно определить по формуле

$$\bar{\sigma} \cong \frac{2{,}2\eta}{\pi\omega} k_0 a \frac{\Delta\omega}{\Delta N'} = \frac{4{,}4}{c_0} \eta a \frac{\Delta f}{\Delta N'},$$

где $\Delta N'$ — число кольцевых резонансных частот в диапазоне $\Delta\omega$.

Кольцевые резонансные частоты можно вычислить по формуле

$$\omega_n^2 = \frac{c_l^2 h^2}{12 a^4} \frac{n^2 \left(n^2 - 1\right)^2}{n^2 + 1},$$

где n — номер резонансной частоты.

Используя приведенные выше выражения, при $k_l a < 1$ и температуре воздуха + 20 ºС имеем

$$P = \frac{\left|F^2\right| \sqrt{a^3}}{1{,}7 h m^2 \sqrt{f c_l^3}} \frac{\Delta f}{\Delta N'},$$

где $m = \rho h$.

Условие $k_l a < 1$ соответствует частоте $f < \dfrac{c_l}{2\pi a}$. При значениях $k_l a > 1$ и t = + 20 ºС получим формулу

$$P = \frac{a\left|F^2\right|}{2{,}75 m^2 f h c_l} \frac{\Delta f}{\Delta N'}.$$

На частотах $f \geq \dfrac{c_0^2}{1{,}8 c_l h}$ можно принять $\bar{\sigma} = 1$.

Теперь рассмотрим цилиндр малого диаметра. При $\dfrac{l}{a} > 50$ мы имеем дело с длинными трубами малого диаметра. В этом случае величина n мала, а коэффициент излучения можно определить по графику, приведенному в работе М. Хекля [1]. Графиком можно пользоваться на частотах $f \geq \dfrac{c_0^2}{6 c_l a}$. На частотах $f \geq \dfrac{c_0^2}{1{,}8 c_l h}$ можно принять $\bar{\sigma} = 1$.

Необходимо отметить, что при $k_l a < 1$, или при $f < \dfrac{c_l}{2\pi a}$, скорость изгибных волн в цилиндрической оболочке составит

$$c_B = \sqrt{3,8 fhc_l} ,$$

что примерно в 1,45 раза больше, чем в пластине [2].

Вибрация в какой-либо точке на поверхности оболочки может быть вызвана и балочными формами колебаний, т. е. колебаний трубы как стержня круглого сечения [3]. Собственные формы изгибных колебаний стенки цилиндра можно определить по формуле, предложенной М. Хеклем [1],

$$\omega_{n,m}^2 = \frac{x_z^4}{\left(n^2 + x_z^2\right)^2} - \frac{h^2}{12a^2}\left[\left(n^2 + x_z^2\right)^2 - \frac{4-\nu}{2(1-\nu)}n^2 + \frac{2+\nu}{2(1-\nu)}\right].$$

Здесь $x_z = \dfrac{mna}{l}$; ν — коэффициент Пуассона; n — половина количества узловых линий по окружности цилиндра.

Для экспериментальных исследований использовалась стальная труба диаметром 234 мм, длиной 1100 мм, с толщиной стенок 1,5 мм. При этом $l/a = 4,64 < 50$. Колебания трубы возбуждались генератором механических колебаний в точке. Измеренное значение первой резонансной частоты оболочки составило 260 Гц, а расчетное по формуле М. Хекля — 230 Гц. В исследуемой трубе $k_l a < 1$, или $f < 8000$ Гц.

Сила, возбуждающая колебания цилиндра, определялась по формуле

$$F_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} F ,$$

где $Z_1 = 8\sqrt{\dfrac{m_1 D c_l}{2\pi f R}}$ представляет собой характеристический импеданс оболочки; $Z_2 = 2\pi f m$ — импеданс возбудителя колебаний; R — радиус цилиндра; m_1 — поверхностная плотность цилиндрической оболочки.

Измеренная величина усилия, развиваемая возбудителем колебаний, составила $F = 0,9$ Н.

Согласно Е. Скучику, акустическую мощность, излучаемую поверхностью цилиндрической оболочки, можно определить по формуле [4]

$$P = \frac{\rho_0 F^2}{2\pi m^2 c_0} .$$

При этом должно соблюдаться условие $\nu R < n$, где $\nu = 1,781$ — постоянная Эйлера; R — радиус цилиндра; $2n$ — число узловых линий по окружности цилиндра.

На рис. 1 измеренная акустическая мощность, излучаемая цилиндрической оболочкой, сопоставлена с расчетной по формулам, предложенным М. Хеклем и Е. Скучиком. В нашем случае $k_l a < 1$, или $f < 8000$ Гц.

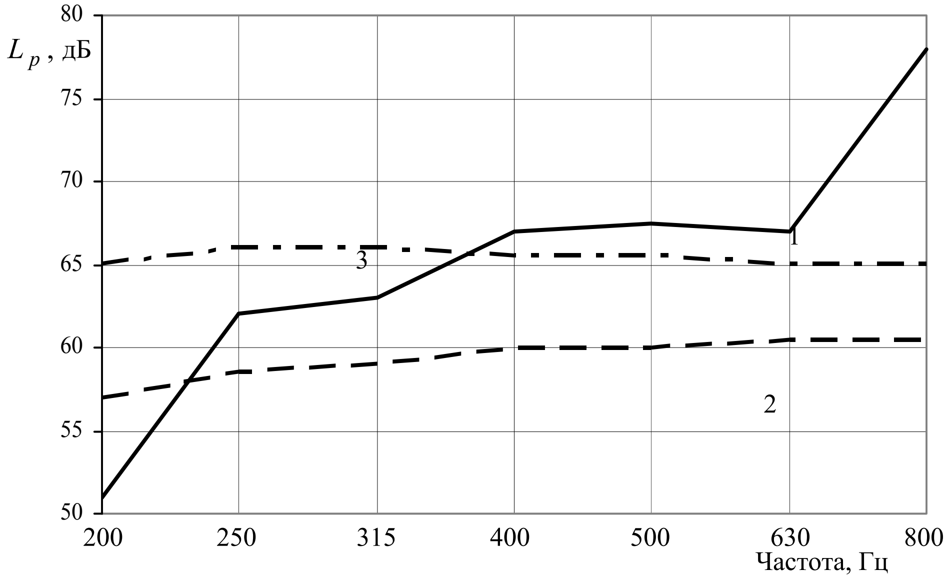

Рис. 1. Частотная характеристика акустической мощности, излучаемой стальной цилиндрической оболочкой при возбуждении ее колебаний в точке: *1* — измеренной; *2* — расчетной по М. Хеклю [1]; *3* — расчетной по Е. Скучику [4]

На рис. 2 представлены результаты измерения коэффициента излучения цилиндрической оболочки при возбуждении ее колебаний в точке и сравнение его с расчетом по приведенной выше формуле.

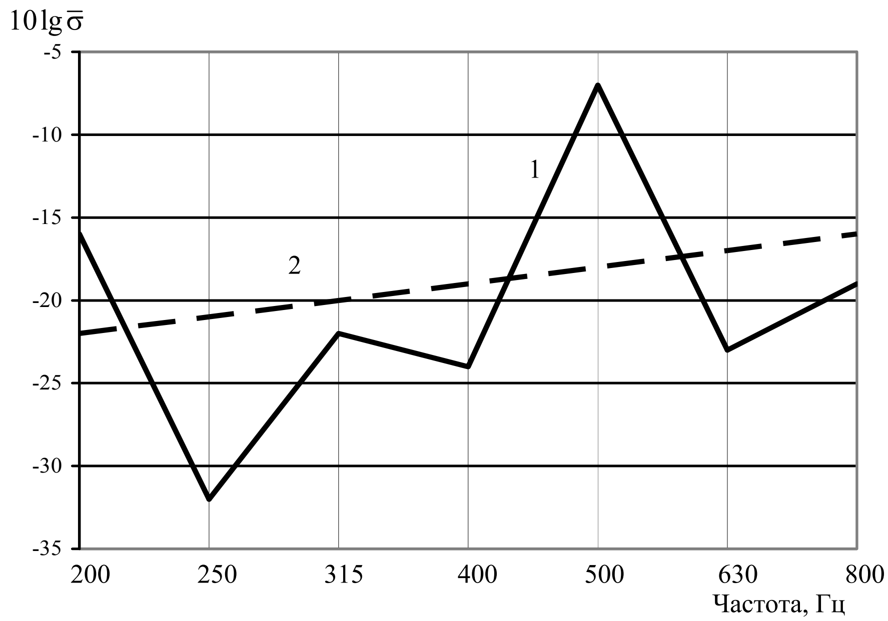

Рис. 2. Частотная характеристика коэффициента излучения звука стальной цилиндрической оболочкой: *1* — измеренная; *2* — расчетная при коэффициенте потерь $\eta = 0{,}1$

Важным параметром при исследовании излучения звука цилиндрической оболочкой является характеристический импеданс. Он представляет собой импеданс оболочки в точке возбуждения ее колебаний. При этом отражениями от краев мы пренебрегаем. Этот импеданс определяет амплитуду колебательной скорости, которую возбуждающая сила вводит в оболочку. Характеристический импеданс можно определить по формуле

$$Z_c = \frac{F}{v_0},$$

где v_0 — скорость в точке приложения силы F.

На рис. 3 показан частотный спектр характеристического импеданса стальной цилиндрической оболочки. Расчетные величины импеданса получены по приведенной выше формуле, а измеренные определялись с поправкой на уменьшение величины возбуждающей силы при увеличении частоты. Провалы в измеренной частотной характеристике импеданса соответствуют резонансным частотам изгибных колебаний стенок цилиндра. Величина импеданса в области провалов соответствует импедансу прямоугольной пластины, площадь которой равна площади цилиндра.

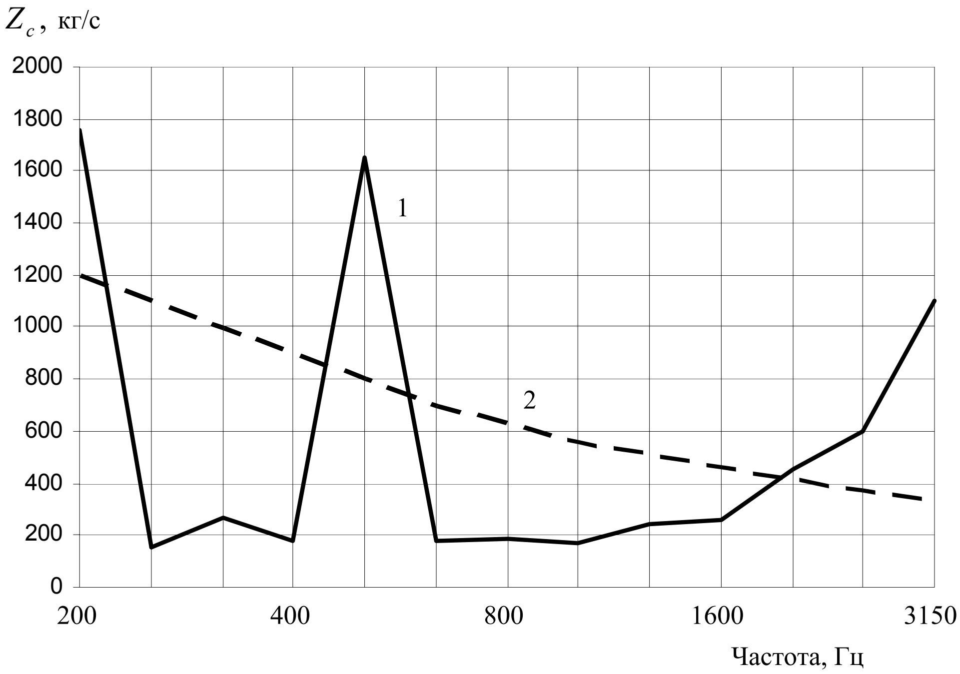

Рис. 3. Зависимость характеристического импеданса стальной цилиндрической оболочки от частоты при возбуждении ее колебаний в точке: *1* — измеренная; *2* — расчетная

Согласно Е. Скучику [4], характеристический импеданс цилиндрической оболочки уменьшается пропорционально корню квадратному из частоты и на частоте радиального резонанса достигает значения, примерно равного импедансу прямоугольной пластины равной площади. Затем он резко падает и на более высоких частотах становится примерно в два раза меньше, чем в пластине. Частоту радиального резонанса можно определить по формуле [4]

$$f_0 = \frac{c_l}{2a\pi},$$

где c_l — скорость продольных волн; a — радиус оболочки.

В нашем случае $f_0 = 6800$ Гц при скорости продольных волн в стали $c_l = 5000$ м/с. Поэтому частотная характеристика, представленная на рис. 3, находится ниже частоты радиального резонанса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Heckl M.* Schallabstralung von punktförmig angeregten Hohlzylindern // Acoustica. Vol. 9. 1959. № 2.
2. *Даер Т.* Колебания корпуса космического аппарата под действием шума ракетных двигателей. М. : Мир, 1967. 356 с.
3. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М. : Наука, 1964. 440 с.
4. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М. : Мир, 1971. 560 с.

1. *Heckl M.* Schallabstralung von punktforming angeregten Hohlzylindern // Acoustica. Vol. 9. 1959. № 2.
2. *Daer T.* Kolebaniya korpusa kosmicheskogo apparata pod deystviem shuma raketnykh dvigatelei. M. : Mir, 1967. 356 s.
3. *Strelkov S. P.* Vvedenie v teoriyu kolebani. M. : Nauka, 1964. 440 s.
4. *Skuchik E.* Prostye i slozhnye kolebatelnye sistemy. M. : Mir, 1971. 550 s.

Поступила в редакцию
в феврале 2011 г.

Ссылка для цитирования:
Ретлинг Э. В. О излучении звука цилиндрической оболочкой // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2012. Вып. 1(20).