

УДК 519.86:614.841.4

Н. А. Михайлова

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОЖАРА В ПОМЕЩЕНИИ В ИНТЕГРИРОВАННОЙ СРЕДЕ MATHCAD

Описаны основные результаты работы над численной реализацией интегральной математической модели пожара в интегрированной среде Mathcad, показаны пути ее применения в процессе подготовки специалистов пожарной безопасности для расчета развития пожара.

К л ю ч е в ы е с л о в а: математическая модель пожара, моделирование пожаров в помещении, скорость выгорания, уравнение материального баланса, термодинамические параметры, давление, плотность, температура.

The article describes the main results of work on numerical realization of integral mathematical model of fire in buildings in integrated program complex Mathcad and shows the ways for its application in the process of training to specialists of fire safety, for the calculation of fire spreading.

Key words: mathematical model of fire, modeling of fires in buildings, speed of burning, equation of material balance, thermodynamic parameters, pressure, density, temperature.

Для решения многих вопросов повышения уровня пожарной безопасности требуется разработка конструктивных и объемно-планировочных решений в строительстве с учетом прогнозирования динамики изменений параметров газовой среды помещения (в первую очередь опасных факторов пожара — ОФП), прогрева ограждающих конструкций и теплового или иного воздействия пожара на людей и материальные ценности. Современные методы исследования динамики ОФП в помещении базируются на различных математических моделях пожара: интегральных, зонных и полевых (дифференциальных). Различие этих моделей заключается в разном уровне детализации термогазодинамической картины пожара.

Классическая интегральная математическая модель пожара представлена системой обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение среднеобъемных параметров состояния газовой среды в помещении в процессе развития пожара. Они вытекают из фундаментальных законов природы — закона сохранения массы и первого закона термодинамики для открытой термодинамической системы. Впервые интегральная модель пожара в помещении была разработана и опубликована в 1976 г. профессором Ю. А. Кошмаровым, сотрудником кафедры инженерной теплофизики и гидравлики Академии ГПС МЧС России [1].

В настоящее время для расчета динамики ОФП с использованием интегральной модели применяют численные методы. Этот подход связан с большим количеством вычислений и может быть реализован только с помощью компьютера. В программу подготовки инженера пожарной безопасности не входит изучение численных методов и программирования, в результате чего провести такой расчет самостоятельно ему будет не по силам. Результаты численного расчета заведомо трудно проверить, так как программы, позволяющие производить такие расчеты, в большинстве своем являются интеллектуальной собственностью их разработчиков и доступ к их исходному коду, а, следовательно, к уравнениям и алгоритмам, которые они используют,

закрыт. Вот почему использование широких возможностей системы Mathcad позволит получить ему необходимые результаты без углубления в математическую суть задачи.

Рассмотрим интегральную математическую модель пожара в помещении (рис. 1).

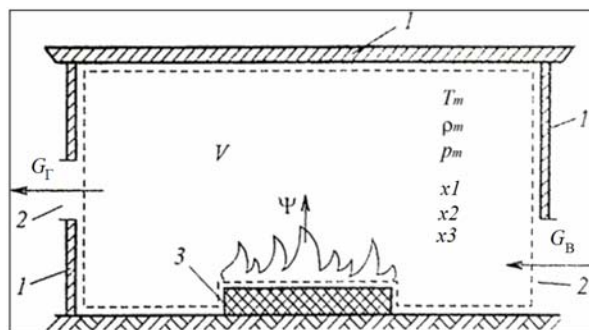


Рис. 1. Схема пожара в помещении: 1 — ограждения; 2 — проемы; 3 — горючий материал; G_G — расход уходящих газов; G_B — расход поступающего холодного воздуха; Ψ — скорость выгорания материала; V — объем помещения; --- — контрольная поверхность

Газовая среда, заполняющая помещение, с позиций термодинамики есть открытая термодинамическая система. Ограждающие конструкции (пол, потолок, стены) и наружный воздух (атмосфера) являются внешней средой по отношению к этой термодинамической системе. Граница между термодинамической системой и внешней средой (контрольная поверхность) показана на рис. 1 пунктирной линией.

Руководствуясь работой [2], примем следующие допущения: газовая среда внутри помещения при пожаре является смесью идеальных газов; в каждой точке пространства внутри помещения в любой момент времени реализуется локальное равновесие; состояние газовой среды помещения и параметры теплообмена в каждый момент времени однозначно определяются среднеобъемными значениями параметров состояния газовой среды; поверхности равных давлений внутри и снаружи помещения в области проема являются плоскостями и совпадают друг с другом; геометрическое положение пожарной нагрузки в помещении не влияет на параметры теплообмена через открытые проемы с окружающей средой и теплоотвода в ограждающие конструкции.

Условия в помещении при пожаре в каждый момент времени t характеризуются среднеобъемными параметрами состояния, важнейшими из которых являются плотность ρ_m , давление p_m , температура T_m , концентрация x_i компонентов газовой среды.

Среднеобъемная температура связана со среднеобъемным давлением и плотностью соотношением

$$T_m = p_m / \rho_m R_m, \quad (1)$$

где R_m — универсальная газовая постоянная. Это усредненное уравнение состояния среды, находящейся в помещении при пожаре.

Запишем систему уравнений интегральной математической модели с учетом принятых допущений.

Уравнение материального баланса

$$V \frac{d\rho_m}{dt} = G_B + \Psi - G_\Gamma, \quad (2)$$

где V — объем помещения.

Уравнение кислородного баланса

$$\rho_m V \frac{dx_1}{dt} = G_B(x_{1B} - x_1) + G_\Gamma x_1(1 - n_1) - \Psi(x_1 + \eta L_1), \quad (3)$$

где x_1 — среднеобъемная концентрация кислорода в момент t ; x_{1B} — концентрация кислорода в наружном воздухе; $x_{1\Gamma}$ — концентрация кислорода в уходящих газах; η — коэффициент полноты сгорания; L_1 — масса кислорода, необходимая для сгорания единицы массы горючего материала, $n_1 = x_{1\Gamma} / x_1 \leq 1$.

Уравнение баланса продуктов горения

$$\rho_m V \frac{dx_2}{dt} = \Psi(L_2 - x_2) - G_B x_2 - G_\Gamma x_2(n_2 - 1), \quad (4)$$

где x_2 — среднеобъемная концентрация какого-либо продукта сгорания в момент t , $x_{2\Gamma}$ — концентрация продукта в уходящих газах; η — коэффициент полноты сгорания; L_2 — количество продукта, образующегося в результате сгорания единицы массы вещества, $n_2 = x_{2\Gamma} / x_2 \geq 1$.

Уравнение баланса инертного газа

$$\rho_m V \frac{dx_3}{dt} = G_B(x_{3B} - x_3) - \Psi x_3 - G_\Gamma x_3(n_3 - 1), \quad (5)$$

где x_3 — среднеобъемная концентрация инертного газа в помещении; x_{3B} — концентрация газа в наружном воздухе; $x_{3\Gamma} / x_3 = n_3$ — коэффициент, учитывающий различие концентраций газа в уходящих газах и в помещении.

Уравнение энергии

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\rho_m V}{k-1} \right) = \Psi \eta Q_H^p + c_{pB} T_B G_B + I_\Pi \Psi - m c_{p\Gamma} T_\Gamma G_\Gamma - Q_w, \quad (6)$$

где $k = c_p / c_v$; Q_H^p — теплота сгорания; η — коэффициент полноты сгорания; T_B — температура наружного воздуха; I_Π — энтальпия газифицированного горючего вещества; Q_w — поток тепла в рассматриваемый момент t , где $m = (c_{p\Gamma} T_\Gamma) / (c_{p\Gamma} T_m)$ — коэффициент, учитывающий различие энтальпии уходящих газов и среднеобъемной энтальпии. Обычно при пожаре $m \geq 1$.

Начальные условия. К начальным условиям относятся данные о параметрах состояния перед пожаром. Они записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } t = 0 \\ &p_m = p_{0m}; \rho_m = \rho_{0m}; \\ &T_m = T_{0m}; x_1 = x_{01}; \\ &x_2 = x_{02}; x_{31} = x_{03}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Совокупность уравнений (1)–(7) представляет собой общее математическое описание пожара на уровне усредненных термодинамических параметров состояния. Эти уравнения содержат следующие переменные: $\rho_m, p_m, T_m, x_1, x_2, x_3$. Число неизвестных равно числу уравнений. В уравнения кроме перечисленных переменных и величин, известных из справочников (Q_H^p, L_1, L_2 и т. д.), входят еще четыре величины — G_B, G_T, Q_w, Ψ . Формулы для вычисления указанных четырех величин взяты из источника [3].

Рассмотрим помещение формы параллелепипеда с длиной l_1 , шириной l_2 и высотой $2h$. Помещение имеет два открытых проема. Верхний проем расположен у потолка так, что координата центра проема $y_2 \approx 2h$. Нижний проем находится у пола. Координата его центра $y_1 \approx 0$. Размеры проема по вертикали малы по сравнению с высотой помещения. Площади верхнего и нижнего проемов, соответственно, F_1 и F_2 . Коэффициенты сопротивления обоих проемов, соответственно, ξ_1 и ξ_2 . Горючий материал в помещении имеет следующие характеристики: теплоту сгорания $Q_H^p = 2,2 \cdot 10^7$ Дж/кг; необходимое количество кислорода для сгорания 1 кг материала $L_1 = 4$ кг/кг; количество образующегося углекислого газа при сгорании 1 кг материала $L_2 = 2,7$ кг/кг; $I_{\Pi} = 5 \cdot 10^5$ Дж/кг. Такие характеристики имеет, например, метан CH_4 . Скорость выгорания при среднеобъемной концентрации $x_1 \geq 0,05$ описывается некоторой заданной функцией Ψ , которая приведена ниже, а при $x_1 < 0,05$ — формулой $\Psi = \frac{x_{1B} G_B}{\eta L_1}$.

Условия в окружающей среде характеризуются следующими параметрами: температурой $T_B = 290$ К; давлением $p_a = 10^5$ Па; плотностью $\rho_a = 1,2$ кг/м³; концентрацией кислорода, углекислого газа и азота соответственно $x_1 \approx 0,23$; $x_2 \approx 0$; $x_3 = 0,77$.

Перед пожаром параметры газа внутри помещения такие же, как во внешней среде, т. е. $T_{0m} = T_a$; $p_{0m} = p_a$; $\rho_{0m} = \rho_a$. Количество тепла, передаваемое при пожаре в ограждения горючими газами, может быть оценено по эмпирической формуле $Q_w = \alpha_0 F_{\Sigma} T_{0m} (\theta - 1)(1 - \theta/2)$.

При расчетах были приняты следующие значения коэффициентов: $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, $n_3 = 1$, $m = 1$.

Перед тем как приступить к численному решению системы уравнений, описывающих пожар при указанных выше условиях, целесообразно привести уравнения пожара к безразмерному виду:

уравнение материального баланса пожара

$$\frac{d\beta}{dt} = \gamma_B + \Psi - \gamma_T;$$

уравнение кислородного баланса

$$\beta \frac{dx_1}{dt} = (x_{1B} - x_1) \gamma_B - (x_1 + \eta L_1) \Psi;$$

уравнение баланса продуктов горения

$$\beta \frac{dx_2}{dt} = (L_2 - x_2) \Psi - x_2 \gamma_B;$$

уравнение баланса инертного газа

$$\beta \frac{dx_3}{d\bar{t}} = (x_{3B} - x_3)\gamma_B - x_3\bar{\Psi};$$

уравнение энергии

$$\frac{1}{1,404} \frac{d\pi}{d\bar{t}} = K_1\bar{\Psi} + \gamma_B - m_1\gamma_\Gamma \left(\frac{\pi+1}{\beta} \right) + K_3\bar{\Psi} - K_2 \left[0,5 \left(\frac{\pi+1}{\beta} \right) + 0,5 \left(\frac{\pi+1}{\beta} \right)^2 - 1 \right];$$

$$1 + \pi = \beta\theta.$$

В этих уравнениях используются следующие обозначения: $\beta = \rho_m / \rho_{0m}$, $\theta = T_m / T_{0m}$, $\pi = (p_m - p_a) / p_a$, $\gamma_B = G_B / G_0$, $\gamma_\Gamma = G_\Gamma / G_0$, $\bar{\Psi} = \Psi / G_0$.

Начальные условия после перехода к безразмерным величинам принимают вид:

при $t = 0$: $\beta = 1$; $\pi = 0$; $\theta = 1$, $x_1 = 0,23$; $x_2 = 0$; $x_3 = 0,77$;
 $G_0 = \rho_a \sqrt{2gh\xi_1\xi_2 F_1 F_2}$;

$$\bar{t} = \frac{t}{t_*}, \text{ где } t_* = \frac{\rho_a V}{G_0}; K_1 = \frac{\eta Q_n^p}{c_{pB} T_B}; K_2 = \frac{\alpha_0 F_\Sigma}{c_{pB} \rho_a \sqrt{2gh\xi_1\xi_2 F_1 F_2}}; K_3 = \frac{I_\Pi}{c_{pB} T_B};$$

$$\alpha_0 = 11,6 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}; F_\Sigma = F_{\text{стен}} + F_{\text{пот}} + F_{\text{пол}}; m_1 \approx 0,956 + 0,043\theta.$$

Расходные функции γ_B и γ_Γ вычисляются по нижеприведенным формулам.

$$\text{При } \pi K_4 < -(1-\beta) \quad \gamma_\Gamma = 0; \quad \gamma_B = \frac{1}{\Phi} \sqrt{(1-\beta-\pi K_4)} + \Phi \sqrt{-(1-\beta-\pi K_4)}.$$

$$\text{При } -(1-\beta) \leq \pi K_4 \leq (1-\beta) \quad \gamma_\Gamma = \Phi \sqrt{\beta(\pi K_4 + 1 - \beta)}; \quad \gamma_B = \frac{1}{\Phi} \sqrt{(1-\beta-\pi K_4)}.$$

$$\text{При } \pi K_4 > (1-\beta) \quad \gamma_B = 0; \quad \gamma_\Gamma = \frac{1}{\Phi} \sqrt{\beta(\beta - 1 + \pi K_4)} + \Phi \sqrt{\beta(1 - \beta + \pi K_4)}.$$

$$\text{Здесь } \Phi = \left(\frac{\xi_2 F_2}{\xi_1 F_1} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

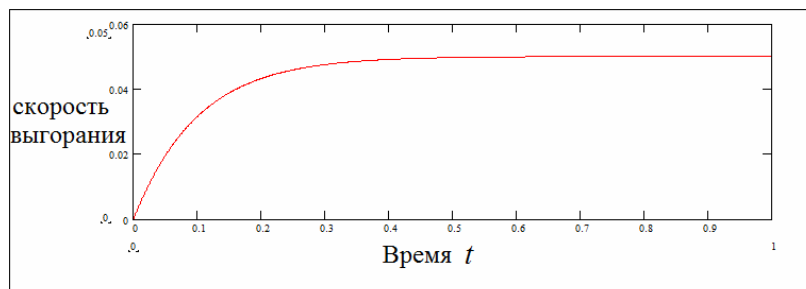
Для численной реализации этой модели в интегрированной среде Mathcad имеется множество встроенных функций: rkfixed, rkadapt, bulstoer. Функции rkfixed и rkadapt реализуют метод Рунге — Кутты с фиксированным и переменным шагом интегрирования соответственно, а функция bulstoer — метод Булирша — Штера и дает более точное решение. Вот почему для реализации интегральной модели была выбрана именно эта функция. Результаты расчетов по модели приведены на графиках (рис. 2).

График скорости выгорания показывает, что она сначала нарастает, а затем постепенно уменьшается (см. рис. 2, а).

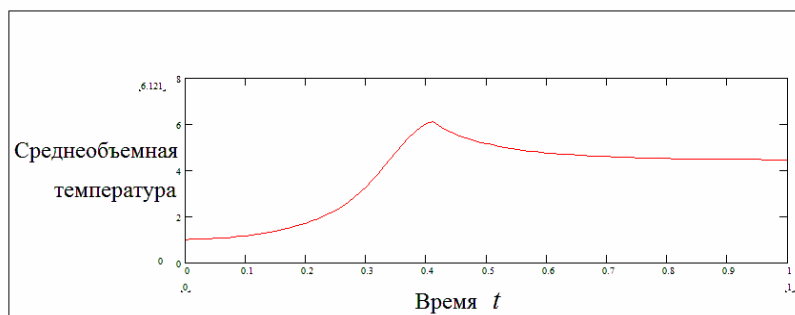
Температура θ также сначала нарастает, достигает максимального значения, а затем медленно убывает (см. рис. 2, б).

В начальной стадии пожара ($\bar{t} = 0-0,4$) наблюдается резкое повышение среднеобъемного избыточного давления, которое затем постепенно снижается и стабилизируется (см. рис. 2, в).

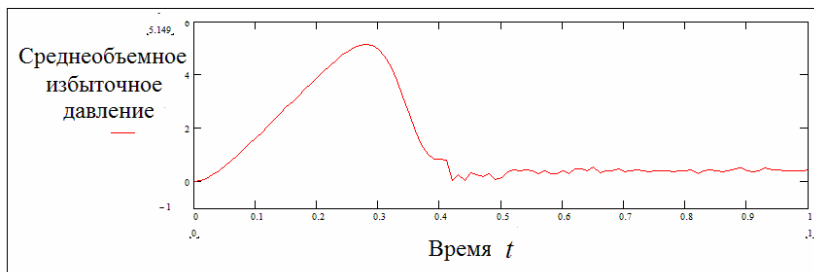
В начальной стадии пожара ($\bar{t} = 0—0,4$) из помещения выбрасываются только газы. При $\bar{t} = 0,2$ расход уходящих газов γ_{Γ} достигает максимального значения. На этой стадии пожара наружный воздух в помещение не поступает, т. е. $\gamma_{\text{в}} = 0$. Наружный воздух начинает поступать в помещение с момента времени $\bar{t} = 0,4$ (см. рис. 2, з).



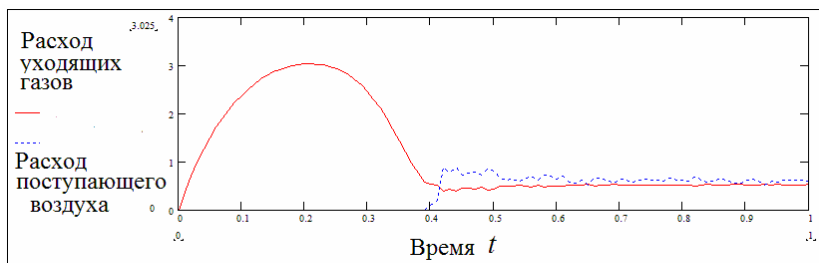
а



б



в



з

Рис. 2. Графики изменения среднеобъемных параметров

В заключение необходимо отметить, что эффективная работа инженера в настоящее время немыслима без персональных компьютеров. Квалифицированный пользователь, владеющий в достаточной степени одним из языков программирования и знанием численных методов, может самостоятельно разработать и отладить отдельную программу или комплекс программ, позволяющий реализовать на ПК алгоритм его задачи. Однако такой подход требует, как правило, больших трудозатрат на программирование, тестирование и отладку программ, значительно сокращая долю творческого труда по решению конкретной инженерной задачи. Поэтому для решения инженерных задач было создано большое количество интегрированных сред. Одним из наиболее удачных среди них по многим критериям является Mathcad. Таким образом, как показано в статье, эту интегрированную среду можно применять в процессе подготовки специалистов пожарной безопасности для расчета развития пожара.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кошмаров Ю. А. Развитие пожара в помещении // Горение и проблемы тушения пожаров. М. : ВНИИПО МВД СССР, 1977.
2. Кошмаров Ю. А. Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении : учеб. пособие. М. : Академия ГПС МЧС России, 2000. 118 с.
3. Алексахенко А. А., Кошмаров Ю. А., Молчадский И. С. Тепломассоперенос при пожаре. М. : Стройиздат, 1982. 175 с.
1. Koshmarov Yu. A. Razvitie pozhara v pomeshchenii // Gorenii i problemy tusheniya pozharov. M. : VNIIPPO MVD SSSR, 1977.
2. Koshmarov Yu. A. Prognozirovanie opasnykh faktorov pozhara v pomeshchenii : ucheb. posobie. M. : Akademiya GPS MChS Rossii, 2000. 118 s.
3. Aleksashenko A. A., Koshmarov Yu. A., Molchadskii I. S. Teplomassoperenos pri pozhare. M. : Stroiizdat, 1982. 175 s.

© Михайлова Н. А., 2014

Поступила в редакцию
в мае 2014 г.

Ссылка для цитирования:

Михайлова Н. А. Численная реализация интегральной математической модели пожара в помещении в интегрированной среде Mathcad // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Строительная информатика. 2014. Вып. 11(32). Ст. 4. Режим доступа: <http://www.vestnik.vgasu.ru/>

For citation:

Mikhailova N. A. [Numerical realization of integral mathematical model of fire in buildings of Matchcad integral environment]. *Internet-Vestnik VolgGASU*, 2014, no. 11(32), paper 4. (In Russ.). Available at: <http://www.vestnik.vgasu.ru/>