

УДК 624.072.2

А. И. Долганов, Б. С. Расторгуев, Д. И. Калеев

О НАДЕЖНОСТИ ФЕРМ В ПОКРЫТИЯХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Предлагается методика оценки надежности статически определимых и статически неопределимых ферм с использованием принципа Кастильяно, заключающаяся в определении элементов, в которых могут образоваться пластические механизмы, приводящие к разрушению фермы. Результаты расчетов по предлагаемой методике сравниваются с известными результатами испытаний разных типов ферм.

К л ю ч е в ы е с л о в а: надежность, ферма, элемент, пластический шарнир.

The method of reliability assessment of statically definable and statically indefinable trusses using Castigliano principle is offered. This method allows define the elements where plastic mechanisms can occur and it will lead to truss destruction. The results of calculations according to the suggested methodology are compared with the known results of tests for different types of trusses.

K e y w o r d s: reliability, truss, element, plastic joint.

Обследования кинотеатров в Москве, проведенные в рамках специальной программы, показали, что несущими конструкциями покрытий зрительных залов являются фермы. В связи с этим актуальным становится вопрос оценки надежности ферм.

Под надежностью будем понимать вероятность безотказной работы в начальный момент времени. Значение надежности для строительных систем принято несколько меньше единицы [1—3]. В [4] при оценке надежности монолитных многоэтажных зданий использовались логико-вероятностные методы. При этом формулы выводились для рамных, изгибаемых стержней.

Для оценки надежности ферм предлагаемая в [4] методика довольно трудоемка. Согласно определению фермы — это шарнирно-стержневые системы, работающие преимущественно на растяжение или сжатие. В [1, 3] для ферм как последовательно соединенных элементов надежность R_c определяется следующим образом:

$$R_c = R_i^n, \quad (1)$$

где n — количество элементов в ферме (системе); i — элемент системы.

Очевидно, что с возрастанием n надежность системы стремится к нулю. Однако на практике надежность ферм сопоставима с надежностью элементов, из которых она состоит. Поэтому попытаемся в расчетах надежности учесть напряженно-деформированное состояние ферм.

При анализе напряженно-деформированного состояния ферм воспользуемся принципом Кастильяно: из всех статически возможных распределений усилий действительным является тот, при котором потенциальная энергия имеет минимальное значение.

Запишем принцип Кастильяно в кинематической формулировке: из всех кинематически возможных векторов перемещений действительным является тот, при котором работа внешней нагрузки имеет максимальное значение. Итак,

$$\begin{cases} [F]^T \{\dot{u}\} \rightarrow \max, \\ [G]^T (\{\dot{\Theta}^+\} + \{\dot{\Theta}^-\}) = 1, \\ [E](\{\dot{\Theta}^+\} + \{\dot{\Theta}^-\}) - [A]^T \{\dot{u}\} = 0, \\ \{\dot{\Theta}^+\}, \{\dot{\Theta}^-\} \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $[F]$ — матрица нагрузок; $\{\dot{u}\}$ — скорость пластических перемещений; $\{\dot{\Theta}^+\}$, $\{\dot{\Theta}^-\}$ — скорости пластических деформаций; $[G]$ — специальным образом подобранная матрица, преобразующая сумму векторов $\{\dot{\Theta}^+\}$, $\{\dot{\Theta}^-\}$ в скаляр; $[E]$ — единичная матрица.

Решение (2) позволяет определить элементы, из которых могут образоваться пластические механизмы, что приведет к разрушению системы. Для системы, показанной на рис. 1, это элемент 28. То есть при известном характере распределения нагрузок и жесткостей элементов, но независимо от значения нагрузок, образуется один возможный пластический механизм или одна кинематическая схема разрушения с одним пластическим шарниром. В данном примере разрушение начинается в элементе с номером 28, в котором скорости пластических деформаций не равны нулю.

В расчетах ферм, показанных на рис. 1, усилия приложены во все узлы за исключением опорных.

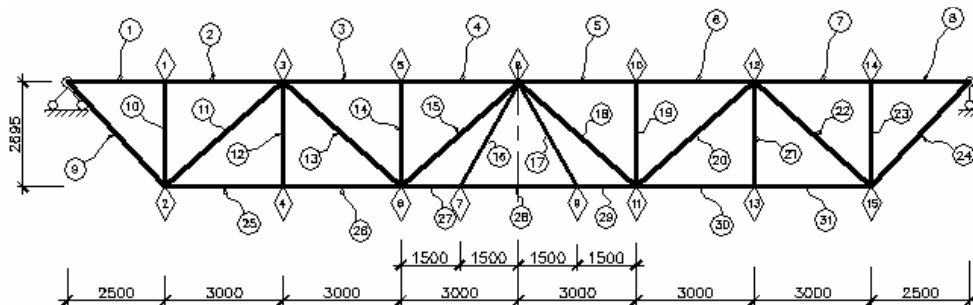


Рис. 1. Система ферм

В табл. 1 приведены результаты расчетов: N_i , U_i — внутренние усилия и линейные перемещения элементов фермы соответственно; $w(\Theta^+ - \Theta^-)$ — мощность произведенной работы.

Таблица 1

Номер элемента	N_i , кгс	U_i , см	Номер узла	u'	$(\Theta^+)'$	$(\Theta^-)'$	$w(\Theta^+ - \Theta^-)$
1	-34 894,3	0,04	—	0	0	0	0
2	-34 894,3	0,73	1	4,64E - 01	0	0	0
3	-83 384,1	0,57	—	5,00E - 01	0	0	0
4	-83 384,1	0,71	2	4,64E - 01	0	0	0

Окончание табл. 1

Номер элемента	N_i , кгс	U_i , см	Номер узла	u'	$(\Theta^+)'$	$(\Theta^-)'$	$w(\Theta^+ - \Theta^-)$
5	-83 384,1	0,08	—	0	0	0	-8,88E - 16
6	-83 384,1	1,43	3	1,02E + 00	0	0	0
7	-34 894,3	0,49	—	5,00E - 01	0	0	0
8	-34 894,3	1,43	4	1,02E + 00	0	0	0
9	51 308,7	0,19	—	0	0	0	-2,22E - 16
10	-9 340,3	1,93	5	1,58E + 00	0	0	0
11	-40 913,6	0,40	—	5,00E - 01	0	0	-6,66E - 16
12	934,0	1,91	6	1,58E + 00	0	0	0
13	24 268,6	0,35	—	5,00E - 01	0	0	-2,22E - 15
14	-10 189,5	2,04	7	1,86E + 00	0	0	0
15	-7 623,7	0,29	—	0	0	0	1,11E - 15
16	0,0	2,08	8	2,13E + 00	0	0	8,88E - 16
17	0,0	0,24	—	-5,00E - 01	0	0	-8,88E - 16
18	-7 623,7	2,04	9	1,86E + 00	0	0	-6,66E - 16
19	-10 189,5	0,40	—	-8,88E - 16	0	0	0
20	24 268,6	1,93	10	1,58E + 00	0	0	1,11E - 16
21	934,0	0,18	—	-5,00E - 01	0	0	0
22	-40 913,6	1,91	11	1,58E + 00	0	0	5,55E - 17
23	-9 340,3	0,50	—	-8,88E - 16	0	0	0
24	51 308,7	1,43	12	1,02E + 00	0	0	6,21E - 17
25	65 330,4	0,10	—	-5,00E - 01	0	0	0
26	65 330,4	1,43	13	1,02E + 00	0	0	-8,88E - 16
27	89 055,4	0,55	—	-8,88E - 16	0	0	8,88E - 16
28	89 055,4	0,73	14	4,64E - 01	1	0	0
29	89 055,4	0,01	—	-5,00E - 01	0	0	0
30	65 330,4	0,71	15	4,64E - 01	0	0	0
31	65 330,4	0,58	—	-8,88E - 16	0	0	0

Под пластическим шарниром понимаем места в элементах конструкции с неограниченным ростом деформаций как пластических, так и угловых.

Таким образом, надежность ферм определяется так же как и для всех статически определимых систем: по вероятности реализации схемы разрушения. Как показали специально проведенные расчеты, пластические шарниры образуются в элементах с максимальными по абсолютной величине усилиями. Если несколько элементов фермы имеют одинаковые экстремальные усилия, то начало образования пластического шарнира следует ожидать в месте максимального изгибающего момента, определенного как для однородного сплошного тела.

Следующими примерами подтвердим, что надежность статически определимых ферм определяется надежностью элемента с максимальным по абсолютной величине усилием.

Рассмотрим ферму, представленную на рис. 2. Цифрами внутри фермы показаны номера элементов, а снаружи — номера узлов. Усилие P принято равным 15 тс.

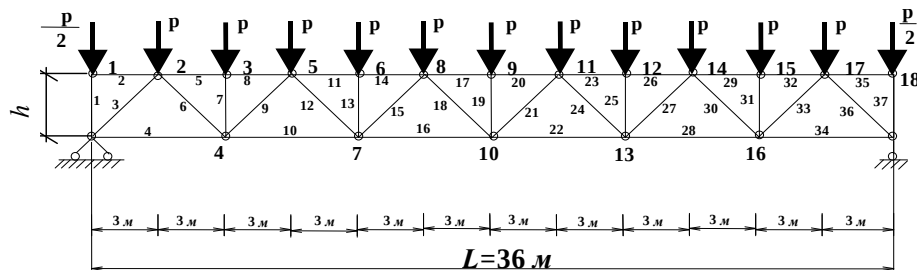


Рис. 2. Статистически определяемая ферма

При оценке надежности данной фермы воспользуемся моделью (2). Решение (2) показывает, что в системе образуется один пластический шарнир в элементе 20, примыкающем к узлу 9. Если жесткость $E_b A$ элемента 20 существенно увеличить, то пластический шарнир образуется в элементе 17. Если жесткость, а следовательно, и надежность элементов 17 и 20 сделать одинаково значительно больше жесткости других элементов, то пластический шарнир все равно образуется в элементе 17 или 20. Если жесткость, например, элемента 3 значительно уменьшить, то решение (1) показывает на образование пластического шарнира в элементе 17 или 20. Таким образом, надежность фермы независимо от пролета и количества элементов будет определяться по формуле надежности для одного элемента:

$$R_c = 1 - Q_i, \quad (3)$$

где Q_i — наибольшая вероятность отказа из всех элементов фермы.

Здесь отметим, что элементы 17 и 20 имеют максимальные по абсолютной величине усилия. При загрузении половины пролета фермы, например, узлов 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18 пластический шарнир по (2) образуется в элементе 22 или на расстоянии $3/8L$ от правой опоры.

Рассмотрим фермы серии ПК-01-129/78* сегментного очертания (рис. 3). На рисунке в кружочках проставлены номера узлов. Рядом с элементами цифрами обозначены их номера. Узловая нагрузка принята под марку фермы 4ФС18-12 — 15 тс.

Решение (2) показывает на образование пластического шарнира в элементе 1. Любые манипуляции с жесткостями элементов приводят равновероятно к появлению пластических шарниров в элементах 1 или 16.

Надежность фермы также будет определяться по (3).

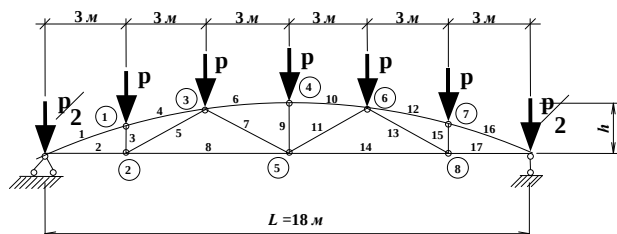


Рис. 3. Ферма серии ПК-01-129/78* сегментного очертания

В табл. 2 приведены результаты расчетов. Из таблицы видно, что максимальные по абсолютной величине усилия наблюдаются в стержнях 1 и 16.

Таким образом, надежность статически определимых ферм зависит от надежности одного элемента с максимальным по абсолютной величине усилием.

Таблица 2

Номер элемента	N_i , кгс	U_i , см	Номер узла	u'	Θ^{+}	Θ^{-}	$\Theta^{+} - \Theta^{-}$	$W(\Theta^{+} - \Theta^{-})$
1	-127 136	-0,509	—	1,78E - 01	0	1,00E + 00	1,00E + 00	-2,22E - 16
2	118 906	1,772	1	2,35E+00	0	0	0	0
3	-3335	-0,132	—	0	0	0	0	0
4	-121 680	1,771	2	2,35E + 00	0	0	0	1,67E - 16
5	6 516	-0,497	—	2,81E - 01	0	0	0	3,33E - 16
6	-112 783	2,366	3	1,88E + 00	0	0	0	-1,11E - 16
7	-940	-0,384	—	3,14E - 01	0	0	0	2,22E - 16
8	113 308	2,552	4	1,41E + 00	0	0	0	0
9	962	-0,384	—	0	0	0	0	0
10	-112 783	2,553	5	1,41E + 00	0	0	0	8,33E - 17
11	-940	-0,271	—	2,81E - 01	0	0	0	-5,55E - 17
12	-121 680	2,366	6	9,42E - 01	0	0	0	-6,94E - 17
13	6 516	-0,259	—	1,78E - 01	0	0	0	2,78E - 17
14	113 308	1,772	7	4,71E - 01	0	0	0	0
15	-3 335	-0,636	—	0	0	0	0	0
16	-127 136	1,771	8	4,71E - 01	0	0	0	0
17	118 906	-0,768	—	0	0	0	0	0

Примечание. Обозначения в табл. 2 такие же, что и в табл. 1.

Надежность статически неопределимых ферм определяется образованием нескольких пластических шарниров. Наиболее хорошо изученными являются безраскосные фермы серии 1.463-3. При оценке надежности этих конструкций воспользуемся данными экспериментов, представленными в [5].

Так, опытные данные свидетельствуют о значительных (30...70 %) перераспределениях моментов и деформациях сжатого бетона. Появление пластического шарнира в одном из узлов панели верхнего пояса указанных ферм вызывает резкое возрастание моментов в противоположном узле той же панели до образования и там пластического шарнира. После образования двух пластических шарниров в узлах одной панели в ее середине наблюдается рост изгибающих моментов и образование третьего пластического шарнира. Предельное состояние наступает при образовании дополнительного, четвертого, шарнира в панели нижнего пояса.

Учитывая характер наступления предельного состояния и то, что нагрузка, как правило, приложена в узлах ферм, составим функцию работоспособности системы:

$$Y_c = |X_1 X_2|, \quad (4)$$

где X_1, X_2 — вероятности образования пластических шарниров.

В запас надежности можно предложить следующую формулу оценки надежности безраскосных 18- и 24-метровых ферм:

$$R_c = 1 - Q_i^2, \quad (5)$$

где Q_i^2 — вероятности отказов двух элементов верхнего пояса с наибольшими усилиями сжатия.

Таким образом, предложенный метод позволяет оценить надежность статически определимых и статически неопределимых ферм. При этом выводы подтверждены как теоретическими расчетами, так и данными, полученными при обследованиях и испытаниях [5].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Аугустини Г., Баратта А., Кашиасти Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании. М. : Стройиздат, 1988. 584 с.
2. ГОСТ 27751—88. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения по расчету. М. : Изд-во стандартов, 1988. 10 с.
3. *Райзер В. Д.* Методы теории надежности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций. М. : Стройиздат, 1986. 192 с.
4. *Долганов А. И.* Оценка надежности монолитных многоэтажных зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 8. С. 50—51.
5. *Гершанок Р. А., Клевцов В. А.* Безраскосные железобетонные фермы для покрытий промышленных зданий. Л. : Стройиздат, 1974. 128 с.
1. *Augusti G., Baratta A., Kashiati F.* Veroyatnostnyye metody v stroitel'nom proektirovanii. M. : Stroyizdat, 1988. 584 s.
2. GOST 27751—88. Nadezhnost' stroitel'nykh konstruktсий i osnovaniy. Osnovnyye polozheniya po raschetu. M. : Izd-vo standartov, 1988. 10 s.
3. *Rayzer V. D.* Metody teorii nadezhnosti v zadachakh normirovaniya raschetnykh parametrov stroitel'nykh konstruktсий. M. : Stroyizdat, 1986. 192 s.
4. *Dolganov A. I.* Otsenka nadezhnosti monolitnykh mnogoetazhnykh zdaniy // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2010. № 8. S. 50—51.
5. *Gershanok R. A., Klevtsov V. A.* Bezraskosnye zhelezobetonnye fermy dlya pokrytiy promyshlennykh zdaniy. L. : Stroyizdat, 1974. 128 s.

© Долганов А. И., Расторгуев Б. С., Калеев Д. И., 2013

Поступила в редакцию
в сентябре 2013 г.

Ссылка для цитирования:

Долганов А. И., Расторгуев Б. С., Калеев Д. И. О надежности ферм в покрытиях зданий и сооружений // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2013. Вып. 4(29). URL: [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/DolganovRastorguevKaleev-2013_4\(29\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/DolganovRastorguevKaleev-2013_4(29).pdf)