

УДК 539.3

А. А. Большаков

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ПЛАСТИНА, УПРУГО ОПЕРТАЯ ПО КОНТУРУ

Предлагается приближенное аналитическое решение задачи о прямоугольной пластине, свободно лежащей на упругом двухпараметрическом основании, при действии произвольной распределенной нагрузки. Получены аналитические выражения коэффициентов аппроксимирующего ряда для случая нагрузки, равномерно распределенной по площади прямоугольника.

К л ю ч е в ы е с л о в а: прямоугольная пластина, приближенное аналитическое решение, двухпараметрическое основание, упругое опирание, распределенная на участке нагрузка.

The approximate analytic solution for the problem of the rectangular disk, which lied free on the elastic two-parameter base, under the arbitrary distributed loading is suggested. The analytic expressions of approximate series coefficients are founded for the case of loading, which is uniformly distributed to the area of triangle.

К е у w o r d s: rectangular disk, approximate analytic solution, two-parameter base, elastic support, apportioned loading in section.

Пластина на упругом основании является широко распространенной расчетной моделью конструктивных элементов объектов строительства, машиностроения, приборостроения, авиастроения, судостроения и т. д.

Аналитические решения для пластин являются альтернативными по отношению к решениям, полученным численными методами, если для расчетов ответственных объектов требуется подтверждение достоверности полученных результатов.

Рассматривается задача о пластине, свободно лежащей на двухпараметрическом упругом основании и находящейся под действием распределенной произвольной нагрузки $q(x,y)$. Такой выбор задачи обусловлен тем, что если различные варианты решений в рядах для шарнирно-опертых или защемленных по контуру пластин широко представлены в литературе, то решений в рядах для прямоугольной пластинки с незакрепленными краями и двухпараметрическим упругим основанием найти не удалось. Поэтому разработка алгоритма построения решения названной задачи при произвольном нагружении в аналитической форме является актуальной проблемой.

Кроме того, алгоритмы расчета пластин, лежащих на двухпараметрическом основании, могут быть использованы для определения форм гармонических поперечных колебаний пластинок при учете прогибов, вызываемых деформациями сдвигов: уравнения, описывающие названные процессы, формально совпадают.

Выбор двухпараметрической модели основания П. Л. Пастернака [1] обусловлен тем, что, согласно многочисленным данным полевых испытаний различных грунтов в их естественном состоянии (Л. И. Манвелов, Э. С. Бартошевич [2]), эта модель наиболее правильно отображает распределительную способность грунтов.

Дифференциальное уравнение изгиба пластины имеет вид

$$D_1 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + c_1 \omega - c_2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) = q(x, y). \quad (1)$$

Здесь первый коэффициент c_1 — коэффициент сжатия, связывающий интенсивность вертикального отпора упругого основания (грунта) с его осадкой, Н/м³; c_2 — независимый от c_1 коэффициент сдвига, связывающий интенсивность вертикальной силы сдвига и производную осадки в соответствующем направлении, Н/м.

Применим обобщенный алгоритм Власова-Канторовича [3], и функцию прогибов представим в виде двойного ряда:

$$\omega(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \omega_{mn} X_m(x) Y_n(y), \quad (2)$$

где ω_{mn} — коэффициенты ряда, $X_m(x), Y_n(y)$ — фундаментальные балочные функции, задаваемые в зависимости от краевых условий.

Требуемые балочные функции являются решениями уравнения поперечных колебаний балки:

$$\frac{d^4 X(x)}{dx^4} - \alpha^4 X(x) = 0, \quad (3)$$

где α — параметр, связанный с частотой собственных колебаний балки [4].

Общее решение уравнения поперечных колебаний балки может быть представлено в форме:

$$X(x) = C_1 K_1(\alpha x) + C_2 K_2(\alpha x) + C_3 K_3(\alpha x) + C_4 K_4(\alpha x). \quad (4)$$

Здесь $K_1(\alpha x), K_2(\alpha x), K_3(\alpha x), K_4(\alpha x)$ — функции Крылова; C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные, которые определяются из краевых условий задачи свободных колебаний балки. Функции Крылова имеют вид [4]:

$$\begin{aligned} K_1(\alpha x) &= \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \alpha x + \cos \alpha x); \quad K_2(\alpha x) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} \alpha x + \sin \alpha x); \\ K_3(\alpha x) &= \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \alpha x - \cos \alpha x); \quad K_4(\alpha x) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} \alpha x - \sin \alpha x). \end{aligned} \quad (5)$$

Как известно [1], при приложении к плите, свободно лежащей на упругом двухпараметрическом основании, вертикальной нагрузки по периметру плиты возникают погонные поперечные силы переменной интенсивности, определяемой величиной вертикального перемещения точки контура.

Тогда краевые условия для балочных функций запишутся в виде:

$$\begin{cases} kX(0) = -D \frac{\partial^3 X(x)}{\partial x^3} \Big|_{x=0}, \quad kX(l) = D \frac{\partial^3 X(l)}{\partial x^3} \Big|_{x=l}; \\ \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Введем обозначения $\lambda = \alpha l$ и $\beta = D \frac{\alpha^3}{k}$, $k = \sqrt{c_1 c_2}$.

После подстановки формул (4) и (5) в условия (6) краевые условия запишутся в виде:

$$\begin{cases} C_3 = 0; \\ C_1 + \beta C_4 = 0; \\ C_1[K_1(\lambda) - \beta K_2(\lambda)] + C_2[K_2(\lambda) - \beta K_3(\lambda)] + C_4[K_4(\lambda) - \beta K_1(\lambda)] = 0; \\ C_1 K_3(\lambda) + C_2 K_4(\lambda) + C_4 K_2(\lambda) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Для получения отличных от нуля коэффициентов приравняем нулю определитель полученной однородной системы уравнений. Подставляя в (7) развернутые выражения функций Крылова и проделав некоторые преобразования, придем к уравнению для определения характеристического числа:

$$4 \operatorname{th} \lambda \sin \lambda + 4 \beta \operatorname{th} \lambda \cos \lambda - 4 \beta \sin \lambda - 2 \beta^2 \cos \lambda + 2 \beta^2 \frac{1}{\operatorname{ch} \lambda} = 0. \quad (8)$$

При больших значениях λ

$$\operatorname{tg} \lambda \approx \frac{\beta(\beta - 2)}{2(1 - \beta)}. \quad (9)$$

В соответствии с (7) коэффициенты C_1 и C_4 , C_2 и C_4 связаны соотношениями

$$\frac{C_1}{C_4} = -\beta, \quad \frac{C_2}{C_4} = \psi, \quad (10)$$

где ψ — вновь введенный параметр, определяемый выражением

$$\psi = -\frac{K_2(\lambda) - \beta K_3(\lambda)}{K_4(\lambda)} = -\frac{\operatorname{sh} \lambda + \sin \lambda - \beta(\operatorname{ch} \lambda - \cos \lambda)}{\operatorname{sh} \lambda - \sin \lambda}. \quad (11)$$

Общая формула для балочной функции после определения коэффициентов C_1 , C_2 , C_4 и подстановки (5) в (4) примет вид

$$X_i(x) = \frac{1}{2} \left[(1 - \psi) \operatorname{sh} \alpha x - (1 + \psi) \sin \alpha x - \beta (\operatorname{ch} \alpha x + \cos \alpha x) \right], i \geq 1. \quad (12)$$

Фундаментальные функции, определенные изложенным выше способом, ортогональны между собой и со своими четвертыми производными. Кроме того, балочные функции и их вторые производные обладают свойством «квазиортогональности» [3]. Для интегралов от фундаментальных балочных функций от аргумента x введем обозначения a_{mi} , b_{mi} , c_{mi} , определяемые соотношениями:

$$\begin{cases} a_{mi} = \int_0^a X_m(x) X_i(x) dx = 0, m \neq i, a_{ii} = \int_0^a X_i^2(x) dx; \\ b_{mi} = \int_0^a X_m''(x) X_i(x) dx, m \neq i, b_{ii} = \int_0^a X_i''(x) X_i(x) dx, b_{mi} \ll b_{ii}; \\ c_{mi} = \int_0^a X_m^{IV}(x) X_i(x) dx = 0, m \neq i, c_{ii} = \alpha^4 a_{ii}. \end{cases} \quad (13)$$

В дальнейшем полагаем $b_{mi} \approx 0$ при $m \neq i$.

Аналогично для фундаментальных функций по оси y введем обозначения $\alpha_y, \beta_y, \lambda_y, \psi_y$ и, соответственно, обозначения d_{mi}, e_{mi}, f_{mi} . Тогда имеем следующие соотношения для функций по y :

$$\begin{cases} Y_j(y) = \frac{1}{2} \left[(1 - \psi_y) \operatorname{sh} \alpha_y y - (1 + \psi_y) \sin \alpha_y y - \beta_y (\operatorname{ch} \alpha_y y + \cos \alpha_y y) \right]; \\ d_{jj} = \int_0^b Y_j^2(y) dy; e_{jj} = \int_0^b Y_j''(y) Y_j(y) dy; \\ f_{jj} = \alpha_y^4 d_{jj}. \end{cases} \quad (14)$$

К поиску коэффициентов ряда (2) ω_{mn} применим метод Галеркина [5]. С учетом соотношений (13), (14) получим:

$$\begin{aligned} \omega_{ij} \left[D_1 c_{ii} d_{jj} + 2 D_3 b_{ii} e_{jj} + D_2 a_{ii} f_{jj} + c_1 a_{ii} d_{jj} - c_2 (b_{ii} d_{jj} + a_{ii} e_{jj}) \right] = \\ = - \int_0^a \int_0^b q(x, y) X_i(x) Y_j(y) dx dy. \end{aligned} \quad (15)$$

Следует заметить, что при заданных параметрах пластины и упругого основания коэффициенты в левой части уравнения (15) остаются неизменными и поиск необходимых коэффициентов ряда ω_{ij} при разнообразных вариантах возможного приложения нагрузки сводится лишь к подсчету интеграла из правой части. Параметры левой части находятся аналитически.

Возможны два подхода к решению при подсчете интегралов в левой части и разложению приложенной нагрузки $q(x, y)$ в правой части. Связаны эти два подхода с общим видом фундаментальной функции (12) и параметра ψ (11).

При этом $\alpha = \frac{\lambda}{a}$, $\beta = \frac{D_1}{\sqrt{c_1 c_2}} \alpha^3$, λ — характеристическое число, определяемое из уравнения (8).

Существенной сложностью в случае краевых условий типа «упругая опора», по сравнению с другими типами краевых условий, является невозможность представить решение для λ в виде какой-либо формулы, зависящей от индекса i . Из этого вытекает отсутствие точной зависимости между коэффициентами β и ψ .

При прямом подсчете интеграла $a_{ii} = \int_0^a X_i^2(x) dx$ и прочих интегралов левой части, необходимых для построения решения, а также интегралов $\int_0^a \int_0^b q(x, y) X_i(x) Y_j(y) dx dy$ правой части при небольших значениях i, j соблюдается приемлемая точность вычислений и можно быть уверенным в правильности результатов, а при больших значениях i, j (когда $\text{sh} \lambda > 10^{18}$) нельзя гарантировать правильность результатов численного расчета. При значениях внешних параметров $\frac{D_1}{\sqrt{c_1 c_2}}$ и $\frac{h}{a}$, соответствующих приводимому ниже тестовому примеру, приемлемая точность определения коэффициентов при вычислении интегралов (13)–(15) «в лоб» обеспечена при $i \leq 11, j \leq 11$, при дальнейшем возрастании индексов i, j вычислительные погрешности приводят к обнулению коэффициентов.

Для того, чтобы увеличить количество слагаемых, необходимо установить соответствия между параметрами ψ и β для упрощения аналитического расчета интегралов.

Запишем формулу для параметра ψ в виде:

$$\psi = \frac{\text{sh} \lambda (1 - \beta \cdot \text{cth} \lambda) + (\sin \lambda - \cos \lambda)}{\text{sh} \lambda - \sin \lambda}. \quad (16)$$

Значения параметра β растут с увеличением номера гармоники, учитывая, что при $\text{sh} \lambda > 10^{18}$, $\text{cth} \lambda = 1$, а слагаемыми $\sin \lambda - \cos \lambda$ и $-\sin \lambda$ можно пренебречь, получим зависимость между ψ и β :

$$\psi = 1 - \beta. \quad (17)$$

Используя полученные формулы, получим следующие выражения для $X_i(x)$, начиная с гармоники, при которой $\text{sh} \lambda > 10^{18}$ (характеристическое число λ растет с ростом коэффициента i):

$$X_i(x) = \frac{\beta}{2} (\sin \alpha x - \cos \alpha x) - \sin \alpha x. \quad (18)$$

Для вычисления коэффициентов ω_{ij} запишем формулу (15) в виде:

$$\begin{aligned} \omega_{ij} \left[\alpha^4 D_1 + 2D_3 \frac{b_{ii}}{a_{ii}} \frac{e_{jj}}{d_{jj}} + \beta^4 D_2 + c_1 - c_2 \left(\frac{b_{ii}}{a_{ii}} + \frac{e_{jj}}{d_{jj}} \right) \right] = \\ = - \frac{\int_0^b \int_0^a q(x, y) X_i(x) Y_j(y) dx dy}{a_{ii} d_{jj}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Произведя вычисление интеграла a_{ii} , получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} a_{ii} &= Sl_1 + Sl_2 + Sl_3; \\ Sl_1 &= \frac{(1-\psi)^2 + \beta^2}{4\alpha} \operatorname{sh} 2\lambda - \frac{2\beta(1-\psi)}{4\alpha} \operatorname{ch} 2\lambda; \\ Sl_2 &= \frac{(\psi^2 - 1)}{\alpha} (\sin \lambda \cdot \operatorname{ch} \lambda - \cos \lambda \cdot \operatorname{sh} \lambda) + \frac{\beta^2}{\alpha} (\operatorname{sh} \lambda \cdot \cos \lambda + \operatorname{ch} \lambda \cdot \sin \lambda) - \\ &\quad - \frac{2\beta}{\alpha} (\operatorname{ch} \lambda \cdot \cos \lambda - \psi \cdot \operatorname{sh} \lambda \cdot \sin \lambda); \\ Sl_3 &= (2\psi + \beta^2)a - \frac{(1+\psi)^2 - \beta^2}{4\alpha} \sin 2\lambda - \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{1+\psi}{2} \cos 2\lambda - 3 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Произведя некоторые преобразования и принимая во внимание, что на основании изложенного выше при больших λ справедлива формула (17), а также $\operatorname{th} \lambda \approx 1$, получим $Sl_1 = Sl_2 = 0$, и выражение для a_{ii} примет вид:

$$a_{ii} = \left((1-\beta)^2 + 1 \right) a - \frac{1-\beta}{\alpha} \sin 2\lambda - \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{2-\beta}{2} \cos 2\lambda - 3 \right). \quad (21)$$

Вычислим также интеграл b_{ii} в общем виде:

$$b_{ii} = \frac{\alpha}{16} \left[\operatorname{sh} \lambda \left((1-\psi)^2 + \beta^2 - 2\beta(1-\psi) \operatorname{cth} 2\lambda \right) + \right. \\ \left. + \left((1+\psi)^2 - \beta^2 \right) \sin 2\lambda + 2\beta(1+\psi) \cos 2\lambda - 4 \left((1+\psi^2) \lambda + \beta\psi \right) \right]. \quad (22)$$

После преобразований, схожих с произведенными для интеграла a_{ii} , получим при больших значениях λ , учитывая формулу (17) и $\operatorname{cth} \lambda \approx 1$, следующее выражение:

$$b_{ii} = \frac{\alpha}{16} \left[4(1-\beta) \sin 2\lambda + 2\beta(2-\beta) \cos 2\lambda + 4(1 + (1-\beta)^2) \lambda + \beta(1-\beta) \right]. \quad (23)$$

Таким образом, при относительно небольших значениях λ для поиска a_{ii} , b_{ii} используются формулы (20) и (22), а при больших λ — формулы (21) и (23).

Выражения для поиска d_{jj} и e_{jj} имеют такой же вид, как и для a_{ii} и b_{ii} , естественно, со своими значениями β_y и λ_y . Интеграл в правой части (15), (19) вычисляется либо аналитически, либо численно в зависимости от функции $q(x, y)$. Используя найденные коэффициенты ω_{ij} и формулу (2), можем определить значение прогибов в любой точке (x, y) . При этом в диапазоне больших λ , λ_y будем использовать зависимости вида (18), и формула (2) примет вид:

$$\omega(x, y) = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \omega_{ij} \left(\frac{\beta_1}{2} (\sin \alpha_1 x - \cos \alpha_1 x) - \sin \alpha_1 x \right) \times \\ \times \left(\frac{\beta_2}{2} (\sin \alpha_2 y - \cos \alpha_2 y) - \sin \alpha_2 y \right). \quad (24)$$

Для примера рассмотрим задачу о пластине на упругом основании под действием постоянной нагрузки $q(x, y) = q_0$, действующей на площадке $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2$. Все края пластины являются упруго-опертыми.

Формулы для фундаментальных балочных функций:

$$X_i(x) = \left[(1 - \psi_x) \operatorname{sh} \alpha_x x - (1 + \psi_x) \sin \alpha_x x - \beta_x (\operatorname{ch} \alpha_x x + \cos \alpha_x x) \right] / 2, i \leq 10; \\ X_i(x) = \frac{\beta_x}{2} (\sin \alpha_x x - \cos \alpha_x x) - \sin \alpha_x x, 10 < i \leq N; \\ Y_j(y) = \left[(1 - \psi_y) \operatorname{sh} \alpha_y y - (1 + \psi_y) \sin \alpha_y y - \beta_y (\operatorname{ch} \alpha_y y + \cos \alpha_y y) \right] / 2, j \leq 10; \\ Y_j(y) = \frac{\beta_y}{2} (\sin \alpha_y y - \cos \alpha_y y) - \sin \alpha_y y, 10 < j \leq K. \quad (25)$$

Для вычисления коэффициентов ряда для функции прогибов потребуется значение интеграла $Q_{ij} = q_0 \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} X_i(x) Y_j(y) dx dy$ из правой части формулы (19).

Для значений интегралов от функции $X_i(x)$ верны формулы:

$$\left[\int_{x_1}^{x_2} X_i(x) dx = (1 - \psi_x) (\operatorname{ch} \alpha_x x_2 - \operatorname{ch} \alpha_x x_1) + (1 + \psi_x) (\cos \alpha_x x_2 - \cos \alpha_x x_1) - \right. \\ \left. - \beta_x (\operatorname{sh} \alpha_x x_2 - \operatorname{sh} \alpha_x x_1) + \sin \alpha_x x_2 - \sin \alpha_x x_1 \text{ при } i \leq 10; \right. \\ \left. \int_{x_1}^{x_2} X_i(x) dx = \beta_x (e^{-\alpha_x x_2} - e^{-\alpha_x x_1}) + (2 - \beta_x) (\cos \alpha_x x_2 - \cos \alpha_x x_1) - \right. \\ \left. - \beta_x (\sin \alpha_x x_2 - \sin \alpha_x x_1) \text{ при } i > 10. \right. \quad (26)$$

Схожие формулы для интеграла от функции $Y_j(y)$:

$$\left[\int_{y_1}^{y_2} Y_j(y) dy = (1 - \psi_y) (\operatorname{ch} \alpha_y y_2 - \operatorname{ch} \alpha_y y_1) + (1 + \psi_y) (\cos \alpha_y y_2 - \cos \alpha_y y_1) - \right. \\ \left. - \beta_y (\operatorname{sh} \alpha_y y_2 - \operatorname{sh} \alpha_y y_1) + \sin \alpha_y y_2 - \sin \alpha_y y_1 \text{ при } j \leq 10; \right. \\ \left. \int_{y_1}^{y_2} Y_j(y) dy = \beta_y (e^{-\alpha_y y_2} - e^{-\alpha_y y_1}) + (2 - \beta_y) (\cos \alpha_y y_2 - \cos \alpha_y y_1) - \right. \\ \left. - \beta_y (\sin \alpha_y y_2 - \sin \alpha_y y_1) \text{ при } j > 10. \right. \quad (27)$$

Теперь, используя формулы (26), (27), а также формулы для интегралов a_{ii} , b_{ii} , d_{jj} , e_{jj} , находим коэффициенты ω_{ij} . Подставив их в формулу (2) и пользуясь функциями вида (12), (18), получим значение прогибов в необходимой точке.

Ниже приведены результаты расчета изотропной пластины, лежащей на упругом основании, все края пластины являются упруго опертыми. Пластина имеет следующие размеры по осям $a=1000$ см, $b=1000$ см, $h=15$ см соответственно. Характеристики пластины и упругого основания определяются величинами $E=360000$ кгс/см², $\mu=0,15$, $c_1=3$ кгс/см, $c_2=10000$ кгс/см. К пластине приложена нагрузка интенсивности $q_0=10$ кгс/см² на прямоугольной площадке, которая имеет следующие координаты углов: $x_1=250$, $y_1=250$, $x_2=750$, $y_2=750$.

Величины прогибов в различных сечениях $y=\text{const}$ показаны в виде графиков на рис. 1. Величины моментов M_y в различных сечениях $y=\text{const}$ показаны в виде графиков на рис. 2.

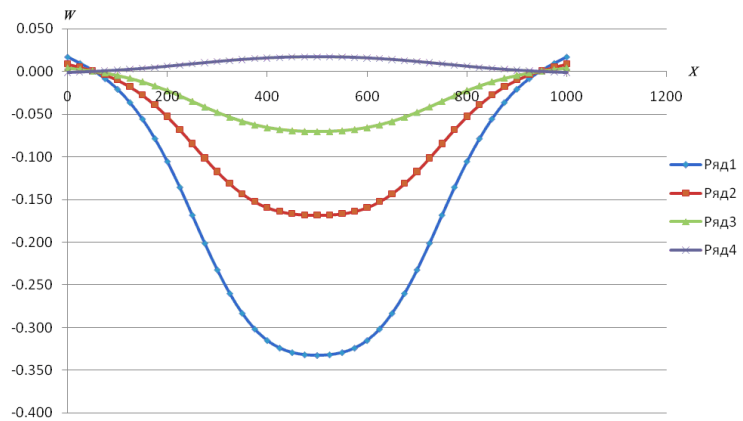


Рис. 1. Прогибы пластинки в сечениях: 1 — решение при $y=b/2$; 2 — решение при $y=b/4$; 3 — решение при $y=5b/6$; 4 — решение при $y=0$

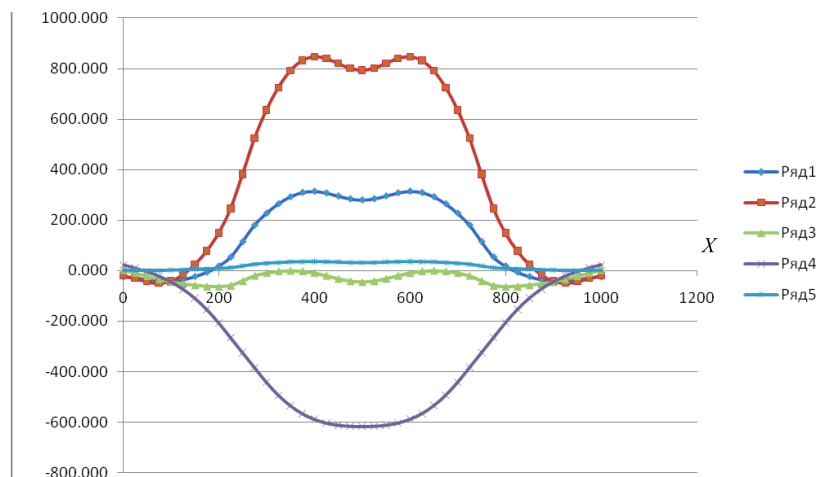


Рис. 2. Моменты M_y , действующие в пластинке в сечениях: 1 — решение при $y=b/2$; 2 — решение при $y=b/3$; 3 — решение при $y=b/4$; 4 — решение при $y=5b/6$; 5 — решение при $y=0$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Пастернак П. Л.* Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. М. : Госстройиздат, 1954. 56 с.
 2. *Манвелов Л. И., Бартошевич Э. С.* О выборе расчетной модели упругого основания // Строительная механика и расчет сооружений. 1961. № 4. С. 14—18.
 3. *Колкунов Н. В.* Основы расчета упругих оболочек. М. : Высш. шк., 1972. 296 с.
 4. *Бидерман В. Л.* Прикладная теория механических колебаний. М. : Высш. шк., 1972. 416 с.
 5. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина. М. : Мир, 1988. 296 с.
-
1. *Pasternak P. L.* Osnovy novogo metoda rascheta fundamentov na uprugom osnovanii pri pomoshchi dvukh koefitsientov posteli. M. : Gosstroyizdat, 1954. 56 s.
 2. *Manvelov L. I., Bartoshevich E. S.* O vybore raschetnoy modeli uprugogo osnovaniya // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheni. 1961. № 4. S. 14—18.
 3. *Kolkunov N. V.* Osnovy rascheta uprugikh obolochek. M. : Vysh. shk., 1972. 296 s.
 4. *Biderman V. L.* Prikladnaya teoriya mekhanicheskikh kolebaniy. M. : Vysh. shk., 1972. 416 s.
 5. *Fletcher K.* Chislennyye metody na osnove metoda Galerkina. M. : Mir, 1988. 296 s.

© *Большаков А.А.*, 2011

*Поступила в редакцию
в ноябре 2011*

Ссылка для цитирования:

Большаков А.А. Прямоугольная пластина, упруго опертая по контуру // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2011. Вып. 4(19).