УДК 624.042.7

Н. П. Барбашев

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ СЖИМАЮЩЕЙ СИЛЫ НА ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗДАНИЯ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Рассматривается влияние продольной сжимающей силы от собственного веса на изгибные колебания здания. Для консольной модели сооружения, имеющей упругую диаграмму сопротивления сечения (*M*—*k*), составлены дифференциальные уравнения и разработана программа расчета на ЭВМ.

Сейсмическая нагрузка принята в виде горизонтальных гармонических ускорений грунта. Проведены многочисленные расчеты, в которых варьировались прочностные характеристики материалов, значение сжимающей силы.

К л ю ч е в ы е с л о в а: сейсмика, железобетон, здание, частота колебаний, собственный вес, метод прямых.

The article deals with the influence of longitudinal compressive force of its own weight on the frequency of bending vibrations of a building. For a console structure model, that has an elastic section modulus diagram (*M*—*k*), differential equations were composed and the program of calculation with the help of a PC computer was developed.

Seismic load is accepted as horizontal harmonic ground accelerations. Numerous calculations in which strength characteristics of materials, the value of the compressive force vary were carried out.

K e y w o r d s: seismic, reinforced concrete, building, vibration frequency, own weight, method of lines.

Тенденция современного строительства — повышение этажности зданий, возводимых, в том числе, на сейсмоактивных территориях. Известно, что продольная сжимающая сила уменьшает частоту собственных изгибных колебаний. Современными нормами [СНиП II-7—81*. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция. М. : Минрегион России. 2011] это усилие не учитывается.

Основные уравнения. Рассматривается консоль прямоугольного коробчатого сечения с равномерно распределенной по высоте массой и жесткостью, заделанная нижним концом (рис. 1).

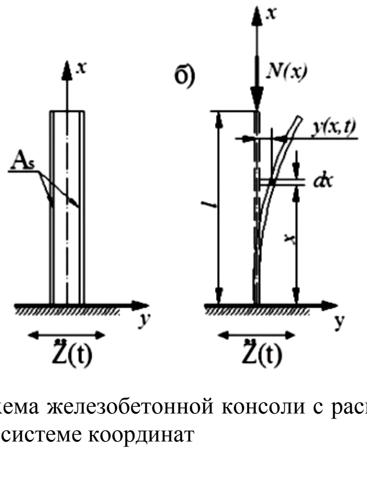

Рис. 1. Консоль: *а* — схема железобетонной консоли с распределенной массой и жесткостью; *б* — расчетная схема в системе координат

Инерция поворота и деформация поперечного сдвига не учитываются. Рассматривается упругая работа конструкции по нормальным сечениям.

Продольная сжимающая сила от собственного веса, переменная по высоте:

$$N(x) = N_0\left(1 - \frac{x}{l}\right), \tag{1}$$

где N_0 — продольная сила в опорном сечении; l — длина консоли; x — координата сечения.

Уравнения поперечных колебаний конструкции как системы с бесконечным числом степеней свободы имеют вид

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x}\left(N(x)\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right) = m\ddot{Z}_0(t); \tag{2}$$

$$k(x,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}; \tag{3}$$

$$M(x,t) = k(x,t)B, \tag{4}$$

где $y(x,\ t)$ — прогиб; $M(x,\ t)$ — изгибающий момент в сечении; $k(x,\ t)$ — кривизна сечения; m — погонная масса консоли; B — изгибная жесткость; $\ddot{Z}_0(t)$ — горизонтальное ускорение грунта (акселлерограмма).

Рассмотрено движение грунта по периодическому закону:

$$\ddot{Z}_0(t) = \ddot{Z}_{\max}\sin\left(\omega_{\text{гр}}t\right), \tag{5}$$

где $\ddot{Z}_{\max}$ — максимальная амплитуда ускорений грунта; $\omega_{\text{гр}}$ — частота колебаний грунта; t — время.

Продольная сила в уравнении (2) учитывается последним членом левой части.

Граничные условия:

при $x = 0$

$$y(x,t)\big|_{x=0} = 0; \quad \left.\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0; \tag{6}$$

при $x = 1$

$$M(x,t)\big|_{x=l} = 0; \quad \left.\frac{\partial M(x,t)}{\partial x}\right|_{x=l} = 0. \tag{7}$$

Начальные условия:

при $t = 0$

$$\left.\begin{aligned} y(x,t)\big|_{t=0} &= 0 \\ \left.\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Решение уравнений производится методом прямых решений дифференциальных уравнений в частных производных [1].

Для отыскания приближенного численного решения этой задачи приведем два семейства параллельных прямых:

$x = is$ (i = 0, 1, 2, 3,..., n); $t = j\tau$ (j = 0, 1, 2, 3,..., m),

где i — номер сечения; j — номер шага счета; $s = l/n$ — длина элемента консоли; τ — шаг счета по времени.

Для каждого внутреннего узла сетки (i, j) составим разностное уравнение, заменив в точке ($x=is$; $t=j\tau$) производные, входящие в дифференциальные уравнения колебаний (1)—(3), разностными отношениями [2]:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} \cong \frac{M_{i+1,j} - 2M_{i,j} + M_{i,j-1}}{s^2}; \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \cong \frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{\tau^2}; \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \cong \frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{s^2}; \tag{11}$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \cong \frac{y_{i,j+1} - y_{i,j-1}}{2\tau}. \tag{12}$$

Используя эти выражения, получаем системы уравнений, описывающих колебания консоли как системы с конечным числом степеней свободы.

$$\begin{gathered} \frac{M_{i+1,j} - 2M_{i,j} + M_{i,j-1}}{s^2} + m\frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{\tau^2} - \\ -\left(-\frac{N_0}{l}\frac{y_{i+1,j} - y_{i-1,j}}{2s} + \left(1 - \frac{si}{l}\right)N_0\frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,}}{\tau^2}\right) = m\ddot{Z}_{\max}\sin\left(\omega_{\text{гр}}\tau j\right); \end{gathered} \tag{13}$$

$$k_{i,j} = \frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{s^2}; \tag{14}$$

$$M_{i,j} = k_{i,j}B. \tag{15}$$

Уравнения в точках x=0, n не представлены. Системы полученных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка (13) и алгебраических уравнений (14), (15) описывают колебания консоли по n формам. Далее рассмотрена упругая задача.

Результаты расчетов. Составлена и отлажена компьютерная программа.

В расчетах шаг разбиения по длине консоли принят n=10. Рассматривается железобетонная консоль высотой l=100 м, коробчатого поперечного сечения, содержащая арматуру Ø25А500 с шагом 200 мм, модуль упругости E_s=200000·10^6 Па. Бетон класса B25, начальный модуль упругости E_b=30000·10^6 Па; плотность бетона ρ=2500 кг/м^3 (рис. 2).

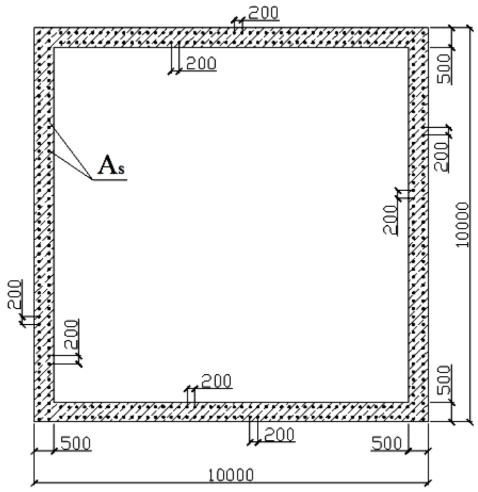

Рис. 2. Сечение железобетонной консоли

Рассмотрены различные варианты исходных данных. Значение продольной сжимающей силы принималось от нулевого значения (собственный вес не учитывался) до значения больше собственного веса в 1,25; 1,5; 1,75; 2 раза.

Жесткость по бетону, Па · м^4:

$$B_{b1} = E_b J_{b1} = 30000 \cdot 10^6 \left(\frac{10 \cdot 10^3}{12} - \frac{9 \cdot 9^3}{12} \right) = 860 \cdot 10^{10}. \tag{15}$$

Жесткость по арматуре, Па · м^4:

$$B_{s1} = E_s J_{s1} = 200000 \cdot 10^6 \left(10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \right) 81 = 81 \cdot 10^{10}. \tag{16}$$

Анализ результатов расчета. На основе различных вариантов исходных данных были последовательно проведены расчеты. Оценка производилась по изменению изгибающего момента (рис. 3).

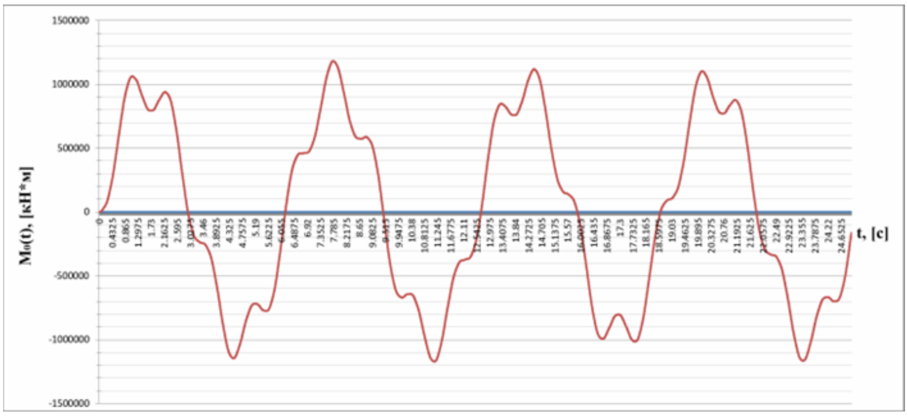

Рис. 3. Изменение момента $M_0(t)$ в опорном сечении во времени

Полученные результаты обработаны и представлены в табл. 1, 2.

Таблица 1

Жесткость по бетону					
№ варианта	N, кН	T, с	M_{max}, 10^4 кНм	ΔM, %	ΔT, %
1	0	6,458	119	0,00	0,00
2	46600	6,460	120	0,84	0,03
3	58280	6,462	120,5	1,26	0,06
4	69940	6,463	120,8	1,51	0,07
5	81590	6,464	121	1,68	0,09
6	93250	6,465	123	3,36	0,11

Таблица 2

Жесткость по арматуре					
№ варианта	N, кН	T, с	M_{max}, 10^4 кНм	ΔM, %	ΔT, %
1	0	6,410	2910	0	0
2	46600	6,425	3080	5,84	0,23
3	58280	6,435	3120	7,22	0,39
4	69940	6,453	3190	9,62	0,67
5	81590	6,481	3220	10,65	1,11
6	93250	6,512	3250	11,68	1,59

На основании результатов расчетов (табл. 1, 2) можно отметить увеличение изгибающего момента на 0,84 % (жесткость по бетону) и на 5,84 % (жесткость по арматуре) по сравнению с конструкцией без учета сжимающей силы. Также замечено увеличение периода колебаний на 0,03 % (жесткость по бетону) и на 0,23 % (жесткость по арматуре).

Выводы. Нормальная сжимающая сила от собственного веса не оказывает существенного влияния на частоту собственных изгибных колебаний и на значение изгибающего момента. В изученном диапазоне значений параметров конструкций влиянием этого фактора можно пренебречь.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы : учеб. пособие. М. : Наука,. 1987.

2. *Коллатц Л.* Численные методы решения дифференциальных уравнений. М. : ИЛ, 1953. 460 с.

1. *Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobel'kov G. M.* Chislennye metody : ucheb. posobie. M. : Nauka, 1987.

2. *Kollatts L.* Chislennye metody resheniya differentsial'nykh uravneniy. M. : IL, 1953. 460 s.

Поступила в редакцию
в сентябре 2012 г.

Ссылка для цитирования:
Барбашев Н. П. Оценка влияния продольной сжимающей силы на изгибные колебания здания при сейсмических воздействиях // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2012. Вып. 3 (23).