

УДК 528.46

**А.А.Ю. Собхи**

### **ЭМПИРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ИЗМЕНЕНИЯ УПРУГОСТИ ВОДЯНОГО ПАРА С ВЫСОТОЙ В АТМОСФЕРЕ ЕГИПТА**

Для повышения точности определения расстояний радиоэлектронными способами и координат методами спутниковых технологий необходимо учитывать поправки на влияние различных факторов, одним из которых является замедление скорости электромагнитных волн (ЭМВ) в атмосфере. Атмосферная задержка включает в себя сухую и влажную составляющие. Большое влияние на определение поправок оказывает влажность водяного пара и ее распределение с высотой. В связи с этим автором разработаны методики, определяющие изменение водяного пара с высотой в атмосфере Египта. Выведенные формулы хорошо согласуются с данными, полученными из Египетского государственного метеорологического центра за период с 1990 по 2005 г.

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** атмосфера Египта, влажность воздуха, изменение водяного пара с высотой.

In order to increase the accuracy in determining distances by radio-electronic ways and coordinates methods of satellite technologies it is necessary to take into account errors of various factors. One of these factors is delay of speed of electromagnetic waves in the atmosphere. Atmospheric delay includes dry and wet components. The big influence in determining errors in range for a wet component is humidity and its distribution at different heights. In this article is developed the techniques for determining change of water vapor with heights in the atmosphere of Egypt. The deduced formulae are well related to the data received from the Egyptian state meteorological centre from 1990 on 2005 years.

**К е y w o r d s:** atmosphere in Egypt, air humidity, variation water vapor with heights.

В настоящее время в практике геодезических и других работ широко используют спутниковые технологии, такие как российская система ГЛОНАСС и американская система GPS. Для повышения точности результатов измерения необходимо учитывать влияние атмосферы на скорость распространения электромагнитных волн. В радиодиапазоне большое влияние на точность определения расстояния оказывает влажность и ее распределение с высотой. Поэтому возникла необходимость разработать методику, позволяющую определять влажность воздуха на различных высотах. Для решения этой проблемы получили эмпирические формулы.

В атмосфере водяной пар поступает с земной поверхности в результате испарения и распространяется вследствие перемешивания. Основная часть паров в Египте образуется при испарении воды с поверхности морей и Нила, остальная часть появляется от испарения на суше — с поверхности внутренних водоемов, за счет влажности земли и растений. [1]. В среднем распределение упругости водяного пара  $e$  по горизонтали соответствует распределению температуры: наименьшие значения  $e$  наблюдаются на юге Египта, откуда значения  $e$  увеличиваются к северу страны (к Средиземному морю). В табл. 1 приведены среднегодовые значения упругости водяного пара  $e$ , гПа, относительной влажности  $f$ , %, и температуры  $T$ , °С, в различных пунктах страны [2].

Т а б л и ц а 1

Город (с. ш.)	Асуан (23° 58')	Эль-Харга (25° 40')	Хургада (27° 14')	Хелуан (29° 52')	Эль-Ариш (31° 05')	Марси-Матрух (31° 52')
$T_{\text{макс.}}^{\circ\text{C}}$	41,3	39,6	36,4	36,0	32,1	29,8
$T_{\text{сри.}}^{\circ\text{C}}$	26,2	24,25	24,3	22,4	20,15	19,54
$T_{\text{мин.}}^{\circ\text{C}}$	8,8	5,9	11,0	7,7	7,6	8,8
$f, \%$	25,25	35,8	41,33	48,83	70,41	68,08
$e_{\text{макс.}}$ гПа	15,75	21,71	22,26	29,94	34,94	30,64
$e_{\text{сри.}}$ гПа	8,02	10,84	11,77	13,22	16,61	15,38
$e_{\text{мин.}}$ гПа	3,67	4,36	5,96	5,73	7,51	7,58

Табличные данные показывают увеличение упругости водяного пара Египта к Средиземному морю и уменьшение по мере удаления от моря, особенно в пустыне Египта. На берегу Средиземного моря значения  $e$  поднимаются до 34,94 гПа и в поясе пустынь существенно убывают до 3,67 гПа и ниже. В среднем за год парциальное давление в Египте составляет 12,64 гПа, а годовая амплитуда — 31,27 гПа.

Анализ данных Египетского государственного метеорологического центра показал, что влажность воздуха растет у берегов и достигает 73 %, но убывает над пустынями, уменьшаясь до 16 % и ниже. Влажность воздуха уменьшается в зимнее время от 73 до 30 % и увеличивается летом в пределах от 16 до 73 %. Среднегодовое значение относительной влажности Египта составляет 48,3 %, а годовая амплитуда — 57 %.

Вертикальное распределение водяного пара в атмосфере Египта связано с поступлением пара в атмосферу, его переносом и конденсацией в облаках и удалением его из воздуха.

Парциальное давление с высотой убывает по формуле

$$e = e_0 \cdot 10^{-\beta H},$$

где  $e$  и  $e_0$  — парциальное давление водяного пара соответственно на высоте  $H$  и у земной поверхности;  $\beta$  — вертикальный градиент, определяемый эмпирически [3]. В 1889 г. формула, позволяющая описывать распределение влажности с высотой, получена Ганном по материалам наблюдений в Альпах:

$$e = e_0 10^{\frac{H}{6,3}} = e_0 \exp(-0,3655H). \quad (1)$$

В 1900 г. немецкий ученый Зюринг получил формулу

$$e = e_0 10^{\frac{H}{6} - \frac{H^2}{120}} = e_0 \exp(-0,3838H - 0,01919H^2). \quad (2)$$

В табл. 2 приведены значения  $e$  (наблюдения проводились на метеостанции Хелуан г. Каира 5 апреля 1972 г. в 9.00 ч [2]), вычисленные по (1) и (2) и разности между ними на различных высотах.

Т а б л и ц а 2

H, км	T, °C	f, гПа	E, гПа	e, гПа	e, по формуле Ганна	e, по формуле Зюринга	Разность		
							6–5	7–5	7–6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	28,4	42	38,70	16,25	16,25	16,25	0,0	0,0	0,0
0,5	28,8	36	39,62	14,26	13,541	13,354	-0,7	-0,9	-0,2
1,0	26,6	32	34,83	11,15	11,279	10,864	0,13	-0,3	-0,4
1,5	22,4	33	27,08	8,937	9,396	8,755	0,46	-0,2	-0,6
2,0	18,7	31	21,55	6,682	7,826	6,987	1,14	0,31	-0,8
2,5	15,2	31	17,26	5,351	6,519	5,5237	1,17	0,17	-0,9
3,0	11,8	31	13,83	4,287	5,430	4,325	1,14	0,03	-1,1
3,5	8,7	30	11,24	3,372	4,523	3,354	1,15	0,0	-1,2
4,0	5,6	30	9,09	2,726	3,768	2,576	1,04	-0,2	-1,2
4,5	2,2	29	7,155	2,075	3,138	1,959	1,06	-0,1	-1,2
5,0	-1,3	29	5,553	1,61	2,614	1,476	1,0	-0,1	-1,1
5,5	-3,9	29	4,578	1,327	2,177	1,102	0,85	-0,2	-1,1
6,0	-8,2	29	3,296	0,956	1,814	0,8145	0,86	-0,1	-1,0
7,0	-13,7	31	2,126	0,659	1,259	0,4324	0,59	-0,2	-0,8
8,0	-20,1	30	1,242	0,372	0,873	0,2209	0,5	-0,2	-0,6
9,0	-27,0	29	0,671	0,194	0,606	0,1086	0,41	-0,1	-0,5
10	-34,5	28	0,328	0,092	0,420	0,0514	0,33	0,0	-0,3
11	-42,3	29	0,147	0,043	0,292	0,0234	0,25	-0,1	-0,2
12	-47,7	28	0,081	0,023	0,202	0,0103	0,18	0,0	-0,2
Среднее							0,6	-0,1	-0,7
Среднее по абсолютной величине							0,68	0,17	0,72
<i>m</i>							0,81	0,26	0,71

Сравнение полученных результатов (табл. 2) показывает удовлетворительную сходимость формулы Ганна и Зюринга для условий Египта. Но при сравнении значений упругости водяного пара, полученных в условиях Египта, значения  $e$ , вычисленные по формуле Зюринга, имеют меньшую ошибку, чем полученные по формуле Ганна. На рис. 1 приведены кривые упругости водяного пара для каждого месяца в атмосфере Египта, значения  $e$  вычислены на различных высотах по формуле

$$e = E \cdot f / 100,$$

где  $f$  — относительная влажность;  $E$  — давление насыщенных паров, гПа. При температуре  $t$ , °C,  $E$  можно определить по формуле [4]

$$E = 6,107 \cdot 10^{\frac{7,6326t}{241,9+t}}. \quad (3)$$

Анализ результатов, приведенных на рис. 1, позволяет сделать следующий вывод: летом упругость водяного пара существенно убывает с высотой, а зимой это изменение незначительно.

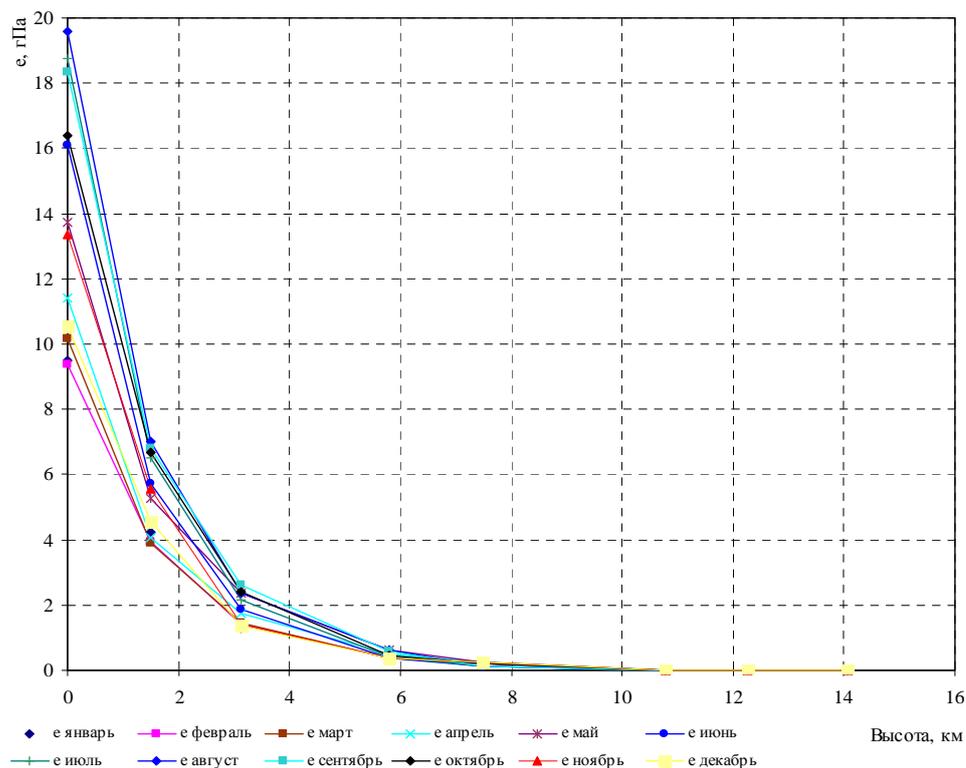


Рис. 1. Изменение упругость водяного пара с высотой в атмосфере Египта

*Вывод эмпирической формулы  
изменения упругости водяного пара с высотой в атмосфере Египта*

Анализ данных показали, что наиболее оптимальная их аппроксимация может быть выполнена выражением [4]

$$e = e_0 \exp\left(-\frac{H^b}{A}\right), \quad (4)$$

откуда

$$\frac{e}{e_0} = e^{-\frac{H^b}{A}}.$$

Логарифмируя, имеем

$$-\ln \frac{e}{e_0} = \frac{H^b}{A},$$

логарифмируя повторно, находим

$$\ln\left(-\ln \frac{e}{e_0}\right) = b \ln H - \ln A,$$

откуда получаем линейное уравнение

$$\ln A + (-\ln H)b + \ln\left(-\ln\frac{e}{e_0}\right) = 0. \quad (5)$$

Неизвестными в этом уравнении является  $\ln A$  и  $b$ . В табл. 3 приведено определение коэффициентов и свободных членов (5) для весны и лета.

Т а б л и ц а 3

Весна						
$H$ , км	$e$ , гПа	$\frac{e}{e_0}$	$-\ln H$	$\ln\left(-\ln\frac{e}{e_0}\right)$	$e$ , гПа (формула (6))	$V = (6) - (2)$
1	2	3	4	5	6	7
0	11,1799	1,00			11,1799	0
1,505	4,4054	0,394	-0,4089	-0,0712	4,6978	0,2924
3,12	1,8537	0,1658	-1,1378	0,5861	1,8216	-0,0321
5,778	0,4881	0,0437	-1,7540	1,1415	0,3779	-0,1102
7,445	0,2297	0,0205	-2,0075	1,3571	0,1402	-0,0895
10,70	0,0144	0,0013	-2,3702	1,8953	0,0200	0,0056
12,153	0,0051	0,00046	-2,4975	2,0403	0,0084	0,0033
13,977	0,0019	0,00017	-2,6374	2,1610	0,00281	0,00091
			-12,813	9,1101		
Лето						
$H$ , км	$e$ , гПа	$\frac{e}{e_0}$	$-\ln H$	$\ln\left(-\ln\frac{e}{e_0}\right)$	$e$ , гПа (формула (7))	$V = (6) - (2)$
1	2	3	4	5	6	7
0	17,892	1			17,892	0
1,5037	6,424	0,35904	-0,4079	0,02402	6,5284	0,1044
3,1566	2,122	0,1186	-1,1495	0,75706	2,19438	0,0724
5,8872	0,469	0,0262	-1,7728	1,2924	0,36735	-0,102
7,6079	0,117	0,00654	-2,0292	1,61541	0,11975	0,0027
11,0011	0,0154	0,00086	-2,398	1,95413	0,01324	-0,002
12,5011	0,0048	0,00027	-2,5258	2,107	0,00501	0,0002
14,3357	0,001	0,000056	-2,6628	2,28158	0,00153	0,0005
			-12,945	10,0316		

Решая задачу по методу наименьших квадратов, имеем нормальные уравнения

$$n \ln A + [(-\ln H)]b + \left[\ln\left(-\ln\frac{e}{e_0}\right)\right] = 0.$$

$$[(-\ln H)] \ln A + [(-\ln H)^2]b + \left[(-\ln H) \ln\left(-\ln\frac{e}{e_0}\right)\right] = 0.$$

Для данных весны получим

$$7 \ln A - 12,8133b + 9,1101 = 0.$$

$$-12,8133 \ln A + 27,38 b - 20,652 = 0.$$

Решение этих уравнений приводит к значениям:

$$\ln A = 0,5528649, \quad A = 1,738226, \quad 1/A = 0,572992, \quad b = 1,013.$$

Подставляя полученные значения  $1/A$  и  $b$  в (4), для весны имеем

$$e = e_0 \exp(-0,572992 H^{1,103}). \quad (6)$$

Вычисления  $e$ , выполненные по этой формуле, приведены в графе 6 табл. 3, а разности  $v$  между вычисленными и исходными значениями  $e$  — в графе 7. Средняя квадратическая ошибка определения  $e$  по формуле (6) —

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,10673}{7}} = 0,12348 \text{ гПа}$$

Для лета аналогичным способом получаем нормальные уравнения

$$\begin{aligned} 7 \ln A - 12,94593 b + 10,031581 &= 0, \\ -12,94593 \ln A + 27,96844 b - 22,532268 &= 0, \end{aligned}$$

решение которых дает

$$\ln A = 0,395057211, \quad A = 1,484469, \quad 1/A = 0,6736415, \quad b = 0,9884946,$$

а вместо (4) для лета находим

$$e = e_0 \exp(-0,6736415 H^{0,9884946}). \quad (7)$$

Средняя квадратическая ошибка определения  $e$  по формуле (7) —

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,076458}{7}} = 0,10451 \text{ гПа.}$$

Выполнены вычисления и получены следующие результаты: для осени — нормальные уравнения:

$$\begin{aligned} 7 \ln A - 12,892703 b + 9,592956 &= 0, \\ -12,892703 \ln A + 27,66383 b - 21,83077 &= 0, \end{aligned}$$

решение этих уравнений приводит к значениям:

$$\ln A = 0,586316082, \quad A = 1,797354896, \quad 1/A = 0,556373, \quad b = 1,06239697.$$

С учетом полученных значений вместо (4) для осени

$$e = e_0 \exp(-0,556373 H^{1,06239697}). \quad (8)$$

Средняя квадратическая ошибка определения  $e$  по формуле (8) —

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,0398131}{7}} = 0,0754 \text{ гПа;}$$

для зимы — нормальные уравнения:

$$7\ln A - 12,7655b + 9,02696 = 0,$$

$$-12,7655\ln A + 27,17832b - 20,59321 = 0.$$

Решение этих уравнений дает значения

$$\ln A = 0,642904, A = 1,9019965, 1/A = 0,525763, b = 1,059676.$$

а вместо (4) для зимы имеем

$$e = e_0 \exp(-0,525763 H^{1,059676}). \quad (9)$$

Средняя квадратическая ошибка определения  $e$  по формуле (9) —

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,1019702}{7}} = 0,12 \text{ гПа}.$$

Сравнение значений  $e$ , вычисленных по полученным формулам (6)—(9) для каждого сезона Египта, и практических значений водяного пара, определенных в разных обсерваториях для различных высот, показало высокую точность разработанных формул (средняя квадратическая ошибка находится в пределах от 0,156 до 0,79 гПа).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Васильев А.М.* Арабская Республика Египет : справочник. М. : Наука. Главная редакция восточной литературы, 1990. 355 с.
2. Египетский государственный метеорологический центр. Данные, полученные за период с 1990 по 2005 г.
3. *Фролова Е.К.* Методика учета влияния тропосферы на точность спутниковых координатных определений : дис. ...канд. техн. наук. Новосибирск, 2007. 140 с.
4. *Куштин В.И.* Учет влияния атмосферы на результате измерения длин радиоэлектронным системами. М. : МИИГАиК, 2003. 171 с.

© Собхи А.А.Ю., 2008

Поступила в редакцию  
в октябре 2008 г.