

УДК 528.111

В.И. Вострецов**ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ УГЛОВ В ТРИАНГУЛЯЦИИ**

На основе производственного материала выполнен статистический анализ точности угловых измерений. Подтверждено положение Гаусса о подчинении погрешностей геодезических измерений закону нормального распределения.

К л ю ч е в ы е с л о в а: геодезические измерения; закон нормального распределения.

On the basis of the working stock the statistical analysis of the angle measurement accuracy was carried out. Gauss's thesis on the obedience of geodetic measurement errors to the law of normal distribution was verified.

К e y w o r d s: geodetic measurements; law of normal distribution

*Наиболее вероятное есть то,
что лежит в пределах
ошибки измерений.
Г. Рейхенбах*

Оценка точности функции определяемых величин производят по формуле

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}}. \quad (1)$$

Значение величины μ получают из формулы Ферреро.

$$m_0 = \sqrt{\frac{[W^2]}{3n}}, \quad (2)$$

где n — число треугольников, и по результатам уравнивания сети

$$m = \sqrt{\frac{[VV]}{r}}, \quad (3)$$

где r — число условных уравнений.

Полученные значения расходятся в 2...2,5 раза (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Вид и класс триангуляции	Погрешности, сек.			
	Число пунктов	m	m_Φ	$\frac{m_0}{m}$
1. Городская сеть 2-го кл. г. Москва	65	0,52	0,77	1,5
2. Городская сеть 1-го кл. г. Санкт-Петербург	37	0,40	0,56	1,4
3. Городская сеть 1-го кл. г. Екатеринбург	25	0,59	0,86	1,5
4. Триангуляция 3-го кл. Северо-Восток	82	0,58	1,09	1,9
5. Мостовая триангуляция через р. О	6	0,98	1,16	1,2
6. Мостовая триангуляция через р. Е	11	0,60	1,60	2,7
7. Рудничная триангуляция 1-го разряда	18	0,91	2,50	2,8

Отношение среднеквадратических ошибок, полученных по формуле Ферреро и из уравнивания для инженерно-геодезических построений, варьируется в довольно широких пределах.

Изучение закономерностей накопления погрешностей и их статистического распределения имеет важное значение для решения инженерно-геодезических задач. Получение невязки в фигурах могут быть использованы для определения закона распределения с целью выявления детерминистических погрешностей.

Невязки в треугольниках являются истинными погрешностями измерений углов. Возможные их результаты образуют сложное поле событий. Это поле является композицией n независимых испытаний, поэтому для любого возможного результата $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, где A_i есть результат i испытания. Тогда можно записать $P(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n)$, где вероятность $P(A_i)$ определена для возможного исхода i -го испытания независимо от других.

Если сумма независимых величин $\Sigma = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$ распределены нормально, то и каждая из величин A_i распределена нормально.

При построении инженерно-геодезических сетей часто возникает необходимость в жестком контроле результатов измерений. Ограниченные возможности контроля по внутренней сходимости связаны с невозможностью обнаружения систематических ошибок, поэтому контроль измерений по значениям невязок является наиболее надежным методом оценки их качества. Допустимые невязки рассчитывают, исходя из независимости и нормальности ошибок измерений, принимая в качестве предельных.

$$t = 2,0 \text{ или } t = 2,5 \text{ при } P = 0,996.$$

Для установления закона распределения получим характеристики эмпирического распределения невязок в треугольниках триангуляции 3-го кл. (число треугольников 132). Число невязок с плюсом равно 67. Число невязок с минусом равно 65.

$$M(\omega) = + 0,04'';$$

$$Mc(\omega) = 0,02''.$$

Начальные моменты

$$\mu_1 = X = 0,04;$$

$$\mu_2 = S = m^2 = 3,61;$$

$$\mu_3 = -0,73;$$

$$\mu_4 = 32,80.$$

Определим характеристики распределения:

$$m = 1,90; sk = 0,11; \sigma_{sk} = 0,21; E = -0,47; \sigma_E = 0,43.$$

Отрицательное значение эксцесса показывает пологость кривой плотности и усеченность нормального распределения, дефект незначительно больше стандарта эксцесса, однако при уровне значимости $\alpha = 5\%$ интервал стандарта полностью покрывает значение эксцесса.

Используем критерий χ^2 (кси-квадрат) Пирсона о нормальном распределении невязок в треугольниках (табл. 2). Величину интервала, при котором вариационный ряд погрешностей будет не очень громоздким и в нем не исчезнут особенности явления определим по формуле Г.А. Стерджесса

$$l = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,2 \lg n},$$

где n — число невязок треугольников.

Т а б л и ц а 2

Ср. интервала	n	t	$\varphi(t)$	$n_{\text{теор.}} = \varphi(t) \times N n_{\text{теор.}}$	$(n - n_{\text{теор.}})$	$(n - n_1)^2$
–5,5	0	–2,92	–0,006	1	1	1
–4,5	3	–2,37	–0,021	2	1	9
–3,5	4	–1,86	–0,071	5	1	1
–2,5	11	–1,34	–0,167	11	0	0
–1,5	24	–0,81	–0,287	20	4	16
–0,5	23	–0,28	–0,384	26	3	9
0,5	23	0,24	0,388	26	3	9
1,5	21	0,77	0,297	21	0	0
2,5	16	1,82	0,171	11	5	25
3,5	5	1,30	0,076	5	0	0
4,5	1	2,34	0,026	2	1	1
5,5	0	2,87	0,006	1	1	1
	132				20	

Критерий кси-квадрат Пирсона подтверждает гипотезу о нормальном распределении ряда невязок при вероятности $P = 0,80$.

С учетом эксцесса E и асимметрии по распределению Грамма — Шалье в виде

$$\varphi(x) = \varphi(t) \left[1 + \frac{sk}{6} (t^3 - 3t) + \frac{E}{24} (t^4 - 6t^2 + 3) \right], \quad (4)$$

получаем подтверждение о нулевой гипотезе.

Рассмотрим композицию погрешностей измерений. Углы в инженерно-геодезических сетях измеряют в различных условиях.

Полученная невязка в треугольнике состоит из стохастических Δ'_i и детерминистических Δ''_i погрешностей:

$$X = \bar{l} - \text{stoch} \Delta'_i - \Delta_i, \quad (5)$$

где l_i — вероятнейшее значение величины X .

Детерминистические погрешности характеризуются малым числом легко наблюдаемых причин, а стохастические — большим количеством причин, о которых имеются мало или вовсе нет информации. Принято объект измерений в процессе измерения считать неизменным, остальные условия измерений все время меняются [1].

Значение суммарной погрешности зависит от определенного набора элементарных погрешностей стохастического и детерминистического характера, т.е.

$$\Delta_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i + \sum_{i=1}^n \delta_i, \quad (6)$$

где ε_i — элементарная случайная погрешность; δ_i — элементарная систематическая погрешность.

Появление определенных значений элементарных погрешностей носит вероятностный характер. Точно представить значение погрешностей можно только в том случае, если известны все факторы, участвующие в измерении. Достаточно не знать хотя бы одного из действующих на погрешность измерений факторов, чтобы величину погрешности считать непредсказуемой, в этом случае процесс измерений можно рассматривать как случайный.

Суммарное действие погрешностей, обусловленных различными источниками, как правило, приближается к нормальному (см. табл. 1).

Средняя квадратическая погрешность отдельного результата измерений находится по истинным или действительным погрешностям по формуле (2).

Она является оценкой стандарта отдельного измерения

$$m \approx \sigma(x). \quad (7)$$

Оценка отдельного измерения, вычисленная по флуктуациям (3) является отрицательно смещенной и приводит к еще большей переоценке точности измерений.

При обработке измерений по СНК ошибки любых элементов имеют минимальное значение [2].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мазмишвили А.И. Теория ошибок и метод наименьших квадратов. М. : Недра, 1968.
2. Конусов В.Г. Оценка точности геодезических измерений с учетом совместного влияния случайных и систематических ошибок // Труды НИИГАиК. 1975. Т. XXXIV.

© Вострецов В.И., 2009

Поступила в редакцию
в декабре 2008 г.